

التمرين الأول

أحسب النهايات التالية :

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + x - 2}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^2 - 1}$	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x\sqrt{2-x} + 1}{x^2 - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 4}{2x + 1}$
$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 2x}$	$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1}$	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 9}$	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - 8}{x^2 + 2x - 8}$	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1}$
$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - \sqrt{x} - 6}{2x - 5\sqrt{x} - 3}$	$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\sqrt{2x+3} - 2}{\sqrt{4x} - \sqrt{2}}$	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+3} - 1}{\sqrt{3-x} - 2}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5x-1} - 2}{\sqrt{x} - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{x - 3}$

التمرين الثاني

حدد النهايات التالية :

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - x - 3}{(x-1)^2}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 3x}{3x^2 - 2x}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x+1)^2 - 9x^2 - 3x$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{2}x^3 - 5x^2 + 7$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - 3x + 2$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+3}{\sqrt{x-1} - 1}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 4x} - x$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x+5} - 2x$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{5-3x} - 4x$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x-3} + 2x$
$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x} + x}{\sqrt{x^2 + 2x} + x}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{2x-1} + 3}{\sqrt{x^2 + 1} - 3}$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 3x} + 3x}{x}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 4x} - 3x}{x}$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{9x^2 - 3x} + 3x$

التمرين الثالث

أحسب النهايات التالية :

$\lim_{\substack{x \rightarrow \frac{1}{2} \\ x < \frac{1}{2}}} \frac{4x^2 - 3}{x - 2x^2}$	$\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x > 3}} \frac{x^2 - 3}{x^2 - 2x - 3}$	$\lim_{\substack{x \rightarrow -2 \\ x < -2}} \frac{x - 3}{x^2 + 2x}$	$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \frac{3x + 2}{x^2 - 1}$
$\lim_{\substack{x \rightarrow 4 \\ x > 4}} \frac{x - 4 + \sqrt{x-4}}{x^2 - 16}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 8}{x^2 - 4x + 4}$	$\lim_{\substack{x \rightarrow -3 \\ x < -3}} \frac{x^2 + x - 3}{x^2 + 2x - 3}$	$\lim_{\substack{x \rightarrow \sqrt{2} \\ x > \sqrt{2}}} \frac{x^2 + 2}{x^2 - 2}$

التمرين الرابع

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $D = \mathbb{R} - \{-2; 2\}$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1-x}{x^2-4} & : x > -2 \\ f(x) = \sqrt{2-x} + x & : x < -2 \end{cases}$$

1) أـ أحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

بـ حدد النهاية $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$

2) بين أن $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty$ و أحسب $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

3) حدد النهايتين $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ و $\lim_{x < 2} f(x)$

التمرين الخامس

$$\begin{cases} f(x) = \frac{2\sqrt{x} + b}{x - 2} : x \geq 4 \\ f(x) = \frac{x^2 + ax - 8}{x^2 - 4x} : x < 4 \end{cases}$$

نعتبر الدالة العددية f المعطاة بما يلي :

1- أحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2- حدد تبعاً لقيم العدد الحقيقي a النهاية $\lim_{\substack{x \rightarrow 4 \\ x < 4}} f(x)$

3- احسب $\lim_{\substack{x \rightarrow 4 \\ x > 4}} f(x)$ ثم حدد العددين a , b كي تقبل f نهاية منتظمة في النقطة 4

التمرين السادس

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x + b}{x^2 + 1} : x \leq 2 \\ f(x) = \frac{x^2 + ax + 2}{x^2 - 4} : x > 2 \end{cases}$$

نعتبر الدالة العددية f المعطاة بما يلي :

1- أحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2- حدد تبعاً لقيم العدد الحقيقي a النهاية $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} f(x)$

3- احسب $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} f(x)$ ثم حدد العددين a , b كي تقبل f نهاية منتظمة في النقطة 2

التمرين السابع

أحسب النهايات التالية :

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - 1}{x} , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - 2 \tan x}{x + \sin 2x} , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \sin x}{x + \sin 2x} \\ & \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{\tan x} - \sqrt{\sin x}}{x^2 \sqrt{x}} , \quad \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{2 \sin x}{\cos x + 1} , \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{2 \sin x - \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cos x - 1} \end{aligned}$$

التمرين الثامن

نعتبر الدالة $f(x) = \frac{x^2 + 1 - \cos x}{x + \sin x}$

1- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

2- بين أن $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \frac{3}{4}$

3- بين أن $\forall x > 1 : \frac{x^2}{x-1} \leq f(x) \leq \frac{x^2 + 2}{x-1}$ واستنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

4- بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \cos x}{x} = 0$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sin x}{x} = 0$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$