

# FORMULAIRE MATHÉMATIQUES

**Écriture scientifique d'un nombre :**  $a \cdot 10^n$  avec  $1 \leq a < 10$  et  $n \in \mathbb{Z}$

**Écriture ingénieur d'un nombre :**  $b \cdot 10^p$  avec  $1 \leq b < 1000$  et  $p$  multiple de 3

**Puissances d'un nombre :**  $a^n = a \times a \times \dots \times a \times a \times a$  ( $n$  facteurs)

$$a^1 = a \quad a^0 = 1 \quad a^n \times a^m = a^{m+n} \quad (a^n)^m = a^{n \times m}$$

$$a^{-1} = \frac{1}{a} \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

**Puissances de 10 :**  $10^n = 10 \times 10 \times \dots \times 10 = 1\,000 \dots 00$  ( $n$  zéros)

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = 0, \underbrace{000 \dots 01}_{n \text{ rangs}}$$

**Racine carrée d'un nombre positif :**

$$\sqrt{A} \times \sqrt{B} = \sqrt{A \times B} \quad ; \quad \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A}{B}} \quad ; \quad \frac{1}{\sqrt{A}} = \frac{\sqrt{A}}{A} \quad ; \quad \frac{x}{1 + \sqrt{A}} = \frac{x(1 - \sqrt{A})}{1 - A}$$

**Calcul algébrique :**

$$a - (b + c) = a - b - c$$

$$a - (b - c) = a - b + c$$

## Développement

$$a(b + c) = ab + ac$$

$$a(b - c) = ab - ac$$

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

$$(a + b)(c - d) = ac - ad + bc - bd$$

$$(a - b)(c - d) = ac - ad - bc + bd$$

$$(a - b)(c + d) = ac + ad - bc - bd$$

## Factorisation

**Produits remarquables :**

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

**Équations du premier degré :**  $ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$

$(ax + b)(cx + d) = 0$  si  $ax + b = 0$  ou  $cx + d = 0$

**Équations du second degré :**  $ax^2 + bx + c = 0$

Discriminant :  $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
2 solutions distinctes : $x_1$ et $x_2$	1 racine "double" : $x_0$	Pas de solution dans $\mathbb{R}$
$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$	$x_0 = \frac{-b}{2a}$	<b>Factorisation de <math>ax^2 + bx + c</math></b>
<b>Factorisation de <math>ax^2 + bx + c</math></b> $a(x - x_1)(x - x_2)$	<b>Factorisation de <math>ax^2 + bx + c</math></b> $a(x - x_0)^2$	<b>Signes de <math>ax^2 + bx + c</math> :</b> Toujours du signe de "a"
<b>Signes de <math>ax^2 + bx + c</math> :</b> Du signe de "a" à l'extérieur des racines Du signe de "- a" à l'intérieur des racines	<b>Signes de <math>ax^2 + bx + c</math> :</b> Toujours du signe de "a"	

**Vecteurs – Produit scalaire :**

Vecteur  $\overrightarrow{AB}$  : A est l'origine, B l'extrémité

Coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{AB}$   $\begin{cases} X = x_B - x_A \\ Y = y_B - y_A \end{cases}$

Norme du vecteur  $\overrightarrow{AB}$  :  $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{X^2 + Y^2}$

Expressions du produit scalaire de deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}; \vec{v}) \quad \text{ou} \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = \left[ \|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2 \right] \quad \text{ou} \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$$

**Les suites :**

Suites arithmétiques :  $u_n = u_{n-1} + r$  [ $u_1$  : 1<sup>er</sup> terme ou base ; r : raison]

Calcul du terme de rang "n" :  $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :  $S_k = k \frac{u_1 + u_k}{2}$

Suites géométriques :  $u_n = u_{n-1} \times q$  [ $u_1$  : 1<sup>er</sup> terme ou base ; q : raison]

Calcul du terme de rang "n" :  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :  $S_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$

**Trigonométrie :**

$\pi$  radians  $\hat{=}$  180 degrés

$$\cos x = \cos -x = \sin(\pi/2 - x) \quad \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin -x = -\sin x \quad ; \quad \sin(\pi - x) = \sin x \quad ; \quad \sin(\pi + x) = -\sin x$$

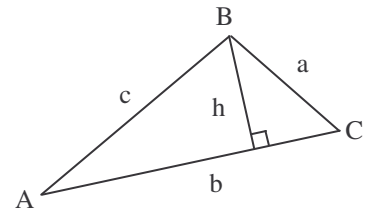
**Dans le triangle rectangle :**

$$\cos x = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} \quad ; \quad \sin x = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} \quad ; \quad \tan x = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{\sin x}{\cos x}$$

**Dans le triangle quelconque :**

$$\text{Aire}_{ABC} = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A} = \frac{1}{2} ab \sin \hat{C} = \frac{1}{2} ac \sin \hat{B}$$

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R \quad ; \quad \text{avec } R \text{ rayon du cercle circonscrit}$$



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \quad ; \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B} \quad ; \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$

**Équations trigonométriques :**

$$\cos x = a \Rightarrow x = \alpha + 2k\pi \text{ ou } x = -\alpha + 2k\pi \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = b \Rightarrow x = \alpha + 2k\pi \text{ ou } x = \pi - \alpha + 2k\pi \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$$

$$\tan x = c \Rightarrow x = \alpha + k\pi \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$$

**Formules trigonométriques :**

$$\cos (a + b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b \quad ; \quad \cos (a - b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$$

$$\sin (a + b) = \sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a \quad ; \quad \sin (a - b) = \sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

**Les fonctions :**

**Fonction linéaire :**  $f(x) = ax$ . La représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère. Si  $a > 0$  : la droite est croissante ; si  $a < 0$  : la droite est décroissante.

**Calcul du coefficient directeur "a"**

**Fonction affine :**  $f(x) = ax + b$ . La représentation graphique est une droite passant par le point  $(0 ; b)$ . Si  $a > 0$  : la droite est croissante ; si  $a < 0$  : la droite est décroissante.

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

**Parité d'une fonction :**

Fonction paire :  $f(x) = f(-x)$  [la courbe représentative admet l'axe des ordonnées comme axe de symétrie]

Fonction impaire :  $f(-x) = -f(x)$  [la courbe représentative admet l'origine des axes comme centre de symétrie]

**Dérivées :**

Le nombre dérivé en un point donne le coefficient directeur de la tangente à la courbe en ce point.

Si la dérivée  $f'(x) > 0$  sur un intervalle, alors la fonction  $f(x)$  est croissante sur cet intervalle.

Si la dérivée  $f'(x) < 0$  sur un intervalle, alors la fonction  $f(x)$  est décroissante sur cet intervalle.

Si la dérivée  $f'(x) = 0$  en un point et change de signe, alors la fonction  $f(x)$  admet un extremum (un maximum ou un minimum).

Equation de la tangente en un point de coordonnées  $[x_0, f(x_0)]$  :

$$y = f'(x_0) (x - x_0) + f(x_0)$$

**Les statistiques :**

$$\text{Moyenne : } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N} \quad N : \text{ effectif total } \left( \sum_{i=1}^p n_i = N \right)$$

$$\text{Variance : } V = \frac{\sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

$$\text{Ecart type : } \sigma = \sqrt{V} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2}$$

**Logarithmes et exponentielles :****Fonction logarithme décimal : "log"**

Domaine de définition :  $\mathbb{R}^{+*}$  ou  $]0 ; +\infty[$

$\log 1 = 0$  ;  $\log 10 = 1$

$$\log(x \times y) = \log x + \log y$$

Pour tout  $x > 0$  et  $y > 0$  :  $\log \frac{x}{y} = \log x - \log y$

$$\log(x^n) = n \cdot \log x \quad (n \text{ rationnel})$$

Pour tout  $x$  rationnel :  $\log(10^x) = x$

**Fonction logarithme népérien : "ln"**

Domaine de définition :  $\mathbb{R}^{+*}$  ou  $]0 ; +\infty[$

$\log 1 = 0$  ;  $\log (e) = 1$

$$\ln(x \times y) = \ln x + \ln y$$

Pour tout  $x > 0$  et  $y > 0$  :  $\ln \frac{x}{y} = \ln x - \ln y$

$$\ln(x^n) = n \cdot \ln x \quad (n \text{ rationnel})$$

Pour résoudre  $a^x = b$ , on écrit  $\ln(a^x) = \ln b \Rightarrow x \ln a = \ln b \Rightarrow x = \frac{\ln b}{\ln a}$

**Fonction exponentielle de base "e" :**

$e^0 = 1$  ;  $e^1 = 2,718\ 218$  ; Pour tout  $x$  réel,  $e^x > 0$  et  $\ln(e^x) = x$

$$\text{Pour tous réels } a \text{ et } b : e^a \times e^b = e^{a+b} \quad \frac{e^a}{e^b} = e^{a-b} \quad \frac{1}{e^a} = e^{-a} \quad (e^a)^b = e^{a \times b}$$

*Les fonctions dérivées :*

Fonction : $f$	Définie et dérivable sur :	Fonction dérivée : $f'$	Fonction : $f$	Définie et dérivable sur :	Fonction dérivée : $f'$
$x \mapsto a$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto 0$	$x \mapsto \cos x$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto -\sin x$
$x \mapsto x$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto 1$	$x \mapsto \sin x$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto \cos x$
$x \mapsto ax + b$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto a$	$x \mapsto \cos(ax + b)$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto -a \sin(ax + b)$
$x \mapsto ax^2$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto 2ax$	$x \mapsto \sin(ax + b)$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto a \cos(ax + b)$
$x \mapsto ax^n$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto n \cdot a x^{n-1}$	$x \mapsto \sqrt{x}$	$\mathbb{R}^+$	$x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{x}}$
$x \mapsto \frac{1}{x}$	$\mathbb{R}^*$	$x \mapsto -\frac{1}{x^2}$	$x \mapsto \sqrt{ax + b}$	$ax + b \geq 0$	$x \mapsto \frac{a}{2\sqrt{ax + b}}$
$x \mapsto \ln x$	$\mathbb{R}^{+*}$	$x \mapsto \frac{1}{x}$	$u(x) \cdot v(x)$		$u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$
$x \mapsto e^x$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto e^x$	$\frac{u(x)}{v(x)}$		$\frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$
$x \mapsto e^{ax+b}$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto a e^{ax+b}$	$\frac{1}{u(x)}$		$\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$