

تمرين 1

1- حدد الشكل الجبري لكل من الأعداد العقدية

$$\frac{2i}{2-i} + \frac{(1-2i)^2}{i} ; \frac{3-2i}{1+i} ; \frac{1}{3-2i}$$

2- أحسب $(1+i)^2$ واستنتج $(1+i)^{230}$

$$3- \text{أحسب } \sum_{k=0}^{521} i^k$$

تمرين 3حل في \mathbb{C} المعادلات التالية

$$-2i \cdot \bar{z} + z = 1$$

$$(1-i)z - 2\bar{z} = 1 - 5i$$

$$2|z|^2 - z^2 = 3 \text{ و } z \cdot \bar{z} + \bar{z} = 4 - 3i$$

تمرين 2في المستوى العقدي نعتبر النقط $A(1)$ و $B(z)$ و $C(-iz)$ 1- نضع $z = x + iy$ حيث $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ و $i \neq z$ و $z \neq 1$

$$\text{حدد الشكل الجبري للعددين } \frac{1-i \cdot \bar{z}}{i+i \cdot z} \text{ و } \frac{1-z}{1+iz}$$

2- حدد مجموعة النقط B حيث A و B و C نقط مستقيمة3- حدد مجموعة النقط B حيث $\frac{1-i \cdot \bar{z}}{i+i \cdot z}$ عدد تخيلي

صرف.

تمرين 4في المستوى العقدي حدد مجموعة النقط $M(z)$ في

كل حالة من الحالتين التاليتين

$$1- |z-1+i|=3$$

$$2- |z-2|=|z+2i|$$

تمرين 5نعتبر في المجموعة C المعادلة: $(E): z^3 + 2(\sqrt{3}-1)z^2 + 4(1-\sqrt{3})z - 8 = 0$ بين أن العدد 2 حل للمعادلة (E)

$$\text{بين أن } z^3 + 2(\sqrt{3}-1)z^2 + 4(1-\sqrt{3})z - 8 = (z-2)(z^2 + 2\sqrt{3}z + 4)$$

أ- حل في C المعادلة $z^2 + 2\sqrt{3}z + 4 = 0$ ب- استنتج حلول المعادلة (E) في C **تمرين 6**1) حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة: $z^2 - 6z + 25 = 0$ 2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) ، النقط A و B و C و D التي إحداثياتها على التوالي هي: $a = 3+4i$ و $b = 3-4i$ و $c = 2+3i$ و $d = 5+6i$.أ- احسب $\frac{d-c}{a-c}$ ثم استنتج أن النقط A و C و D مستقيمة.

مسألة :

الجزء الأول :

نعتبر الدالتين g و h المعرفتين على المجال $]0, +\infty[$ بما يلي :

$$g(x) = x - 1 - \ln x \quad \text{و} \quad h(x) = x + (x - 2)\ln x$$

(1) أ - احسب $g'(x)$ لكل x من المجال $]0, +\infty[$ ثم ادرس منحنى تغيرات الدالة g .

ب - استنتج أن $g(x) \geq 0$ لكل x من المجال $]0, +\infty[$.

(2) أ - بين أن : $h(x) = 1 + g(x) + (x - 1)\ln x$ لكل x من المجال $]0, +\infty[$.

ب - بين أن : $(x - 1)\ln x \geq 0$ لكل x من المجال $]0, +\infty[$.

(3) استنتج أن : $h(x) > 0$ لكل x من المجال $]0, +\infty[$.

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = 1 + x \ln x - (\ln x)^2$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم .

(1) أ - احسب $\lim_{0^+} f(x)$ ثم أول النتيجة مبيانيا.

ب - احسب $\lim_{+\infty} f(x) = +\infty$ ثم حدد الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$

(لاحظ أن : $f(x) = 1 + x \ln x \left(1 - \frac{\ln x}{x}\right)$)

(2) أ - بين أن $f'(x) = \frac{h(x)}{x}$ لكل x من المجال $]0, +\infty[$.

ب - استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على المجال $]0, +\infty[$.

(3) ليكن (Δ) المستقيم المماس للمنحنى (C) في النقطة $A(1, 1)$.

أ - بين أن معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) هي $y = x$.

ب - تحقق من أن : $f(x) - x = (\ln x - 1)g(x)$ لكل x من المجال $]0, +\infty[$.

ج ادرس إشارة $f(x) - x$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (Δ) .

(4) أنشئ المنحنى (C) والمستقيم (Δ) في نفس المعلم. (نقبل أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف أفصولها محصور بين 1

و 1,5).

الجزء الثالث :

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = \sqrt{e}$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ لكل n من \mathbb{N} .

(1) بين بالترجع أن : $1 < u_n < e$ لكل n من \mathbb{N} .

(2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية (يمكنك استعمال السؤال 3 ج- من الجزء الثاني).

(3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها.