تمرين 1

-1 حدد الشكل الجبري لكل من الأعداد العقدية

$$\frac{1}{3-2i} \quad ; \quad \frac{3-2i}{1+i} \quad ; \quad \frac{2i}{2-i}+\frac{(1-2i)^2}{i}$$

-2 أحسب $(1+i)^2$ واستنتج $(1+i)^{230}$

-3 أحسب $\sum_{k=0}^{k=521} i^k$

تمرين 2

في المستوى العقدي نعتبر النقط $A(1)$ و $B(z)$ و $C(-iz)$

-1 نضع $z=x+iy$ حيث $(x;y)\in\mathbb{R}^2$ و $i\neq z$ و $z\neq 1$

حدد الشكل الجبري للعددين $\frac{1-z}{1+iz}$ و $\frac{1-i\cdot\overline{z}}{i+i\cdot\overline{z}}$

-2 حدد (E) مجموعة النقط B حيث A وB و C نقط مستقيمية

-3 حدد مجموعة النقط B حيث $\frac{1-i\cdot\overline{z}}{i+i\cdot\overline{z}}$ عدد تخيلي صرف.

تمرين 3

حل في $\mathbb{C}$ المعادلات التالية

$-2i\cdot\overline{z}+z=1$

$(1-i)z-2\overline{z}=1-5i$

$z\cdot\overline{z}+\overline{z}=4-3i$ و $2|z|^2-z^2=3$

تمرين 4

في المستوى العقدي حدد مجموعة النقط M(z) في كل حالة من الحالتين التاليتين

-1 $|z-1+i|=3$

-2 $|z-2|=|z+2i|$

تمرين 5

نعتبر في المجموعة C المعادلة : $(E): z^3+2(\sqrt{3}-1)z^2+4(1-\sqrt{3})z-8=0$

بين أن العدد 2 حل للمعادلة (E)

بين أن $z^3+2(\sqrt{3}-1)z^2+4(1-\sqrt{3})z-8=(z-2)(z^2+2\sqrt{3}z+4)$

أ- حل في C المعادلة $z^2+2\sqrt{3}z+4=0$

ب- استنتج حلول المعادلة (E) في C

تمرين 6

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+25=0$

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ ، النقط A و B و C و D التي ألحاقها على التوالي هي : $a=3+4i$ و $b=3-4i$ و $c=2+3i$ و $d=5+6i$.

أ- احسب $\frac{d-c}{a-c}$ ثم استنتج أن النقط A و C و D مستقيمية .

مسألة :

الجزء الأول :

نعتبر الدالتين g و h المعرفتين على المجال $]0\,,+\infty[$ بما يلي :

$g(x)=x-1-\ln x$ و $h(x)=x+(x-2)\ln x$.

1) أ - احسب $g'(x)$ لكل x من المجال $]0\,,+\infty[$ ثم ادرس منحى تغيرات الدالة g .

ب - استنتج أن $g(x)\geq 0$ لكل x من المجال $]0\,,+\infty[$.

2) أ - بين أن : $h(x)=1+g(x)+(x-1).\ln x$ لكل x من المجال $]0\,,+\infty[$.

ب - بين أن : $(x-1).\ln x\geq 0$ لكل x من المجال $]0\,,+\infty[$.

3) استنتج أن : $h(x)>0$ لكل x من المجال $]0\,,+\infty[$.

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0\,,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=1+x.\ln x-(\ln x)^2$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم .

1) أ - احسب $\lim\limits_{0^+} f(x)$ ثم أول النتيجة مبيانيا.

ب - احسب $\lim\limits_{+\infty} f(x)=+\infty$ ثم حدد الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$

(لاحظ أن : $f(x)=1+x\ln x.\left(1-\dfrac{\ln x}{x}\right)$) .

2) أ - بين أن $f'(x)=\dfrac{h(x)}{x}$ لكل x من المجال $]0\,,+\infty[$.

ب - استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على المجال $]0\,,+\infty[$.

3) ليكن (Δ) المستقيم المماس للمنحنى (C) في النقطة $A(1\,,1)$.

أ - بين أن معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) هي $y=x$.

ب - تحقق من أن : $f(x)-x=(\ln x-1).g(x)$ لكل x من المجال $]0\,,+\infty[$.

ج ادرس إشارة $f(x)-x$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (Δ) .

4) أنشئ المنحنى (C) والمستقيم (Δ) في نفس المعلم. (نقبل أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف أفصولها محصور بين 1 و 1,5) .

الجزء الثالث :

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=\sqrt{e}$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من IN .

1) بين بالترجع أن : $1<u_n<e$ لكل n من IN .

2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية (يمكنك استعمال السؤال 3) ج- من الجزء الثاني) .

3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها.