التمرين الأول :

نعتبر النقطتين $A(1,0,2)$ و $B(1,-1,1)$, ليكن (D) المستقيم المار من A و الموجه بالمتجهة $\vec{u}(1,1,1)$.

ليكن (P) المستوى المار من B و المتضمن للمستقيم (D) .

1) أكتب معادلة ديكارتية للفلكة (S) التي أحد أقطارها $[AB]$ و أكتب معادلة ديكارتية للمستوى المماس للفلكة (S) في النقطة A.

2) حدد تقاطع الفلكة (S) و المستوى (P) .

التمرين الثاني :

في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A و B و C و D و E التي ألحاقها على التوالي :

$$z_E=-4\ ;\ z_D=2\ ;\ z_C=-3\ ;\ z_B=3+i\ ;z_A=1-i$$

نعتبر التطبيق f الذي يربط كل نقطة M لحقها z بالنقطة M' ذات اللحق z' بحيث : $z'=(1+i)z+1$

1) حدد A' و B' صورتي النقطتين A و B بالتطبيق f على التوالي .

2) أ – بين أن $OMEM'$ متوازي الأضلاع إ ذا وفقط إذا كان : $z^2-3z+3=0$

ب - حل في الجموعة C المعادلة : $z^2-3z+3=0$

3) أ – عبر عن $z'+4$ بدلالة $z-2$.

ب – آستنتج أ ن $|z'+4|=|z-2|^2$ ثم عبر عن $\arg(z'+4)$ بدلالة $\arg(z-2)$.

ج – بين أ نه إذا كانت النقطة M تنتمي إلى الدائرة التي مركزها D و شعاعها 2 فإن النقطة M' صورة النقطة M بالتطبيق f تنتمي إ لى دائرة يبغي تحديد مركزها و شعاعها .

التمرين الثالث :

ليكن AوB حدثين بحيث : $P(A)=0,4$ و $P(B)=0,5$.

أ حسب $P(\overline{A}\cup B)$ و $P_A(A\cap B)$ و $P_B(\overline{A})$ في الحالات التالية :

1) AوB حدثان مستقلان

2) AوB حدثان غير منسجمين .

3) $P(A\cup B)=0,8$.

التمرين الرابع :

نعتبر المعادلتين التفاضليتين : $(1): y''-2y'+3y=0$ و $(2): z''+2z=0$ نضع لكل x من IR : $y=z.e^x$

1) بين أ ن y حل للمعادلة ا لتفاضلية (1) إ ذا وفقط إذا كان z حلا للمعادلة (2) .

2) حدد حلول المعادلة (1) .

3) حدد f حل المعادلة(1) الذي يحقق : $f(0)=1$ و $f'(0)=-2$.

مسألة :

I) نعتبر الدالة g المعرفة على IR بما يلي : $g(x)=e^x-x-1$

1) أ حسب $g'(x)$ لكل x من IR ثم آستنتج منحى تغيرات الدالة g .

2) بين أ ن : $g(x)\geq 0$ لكل x من IR (لاحظ أ ن $g(0)=0$)

3) بين أ ن : $g(-x)=e^{-x}\left(1+(x-1)e^x\right)$ لكل x من IR ثم آستنتج أ ن : $\forall x\in IR\ ;1+(x-1)e^x\geq 0$

II) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=1$ و $u_{n+1}=g(u_n)$; $(\forall n\in IN)$.

1) بين بالترجع أ ن : $0\leq u_n\leq 1$; $(\forall n\in IN)$

2) بين أ ن المتتالية $\left(u_n\right)$ تناقصية .

3) آستنتج أن $\left(u_n\right)$ متقاربة ثم حدد نهايتها .

I I I) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x)=x-1-\dfrac{x}{e^x-x-1}$

$\left(C\right)$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (الوحدة $1cm$)

1) بين أ ن حيز تعريف الدالة f هو : $D=\left]-\infty,0\right[\cup\left]0,+\infty\right[$

2) أ – أ حسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ لاحظ أ ن : $\left(\forall x\in D;f(x)=x-1-\dfrac{1}{\dfrac{e^x}{x}-\dfrac{1}{x}-1}\right)$

ب- أحسب $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to0^-}f(x)$ لاحظ أ ن : $\left(\forall x\in D;f(x)=x-1-\dfrac{1}{\dfrac{e^x-1}{x}-1}\right)$

3) أ – بين أ ن : $\forall x\in D;f'(x)=1+\dfrac{1+\left(x-1\right)e^x}{\left(e^x-x-1\right)^2}$

ب - بين أن $\forall x\in IR^*;f'(x)\succ0$ ثم آستنتج جدول تغيرات الدالة f .

4) أ – بين أ ن : $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-x\right)=0$ ثم آستنتج أ ن المستقيم $\left(\Delta\right)$ الذي معادلته $y=x$ مقارب مائل للمنحنى $\left(C\right)$بجوار $-\infty$.

ب – بين أ ن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-x+1\right)=0$ ثم آستنتج أ ن المستقيم $\left(D\right)$ الذي معادلته$y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى $\left(C\right)$ بجوار $+\infty$.

5) أ – بين أ نه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $\left]1,2\right[$ بحيث $f(\alpha)=0$.

ب - بين أ نه يوجد عدد حقيقي وحيد β من المجال $\left]-2,-1\right[$ بحيث $f(\beta)=0$.

ج - آستنتج أ ن : $e^\beta-\beta-1=\dfrac{\beta}{\beta-1}$

6) أ نشئ $\left(D\right)$ و $\left(\Delta\right)$ و $\left(C\right)$ في المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (نأخذ $\alpha\approx1,65$ و $\beta\approx-1,29$)

7) أ – بين أن : $\displaystyle\int_{-1}^{\beta}\left(1+\frac{x}{e^x-x-1}\right).dx=1+\ell n\left(\frac{\beta}{\beta-1}\right)$ (لاحظ أ ن $\dfrac{e^x-1}{e^x-x-1}=1+\dfrac{x}{e^x-x-1}$)

ب – أحسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى$\left(C\right)$ و المستقيمات التي معادلتها على التوالي :

$x=-1$ و $x=\beta$ و $y=x$