

On considère la fonction f définie, pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$, par :

$$f(x) = x + 3 + \frac{9}{x-1}$$

On désigne par C_f sa représentation graphique dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- Déterminer les limites de f en $-\infty$; $+\infty$; 1^- et 1^+ .
- Démontrer que la droite Δ d'équation $y = x + 3$ est une asymptote oblique à C_f en $+\infty$ et en $-\infty$.
- Calculer la fonction dérivée f' de f . Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$:

$$f'(x) = \frac{(x-4)(x+2)}{(x-1)^2}$$

- En déduire le tableau de variations de la fonction f .
- Déterminer une équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse $x_0 = 0$.

Soient f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{3\}$ par : $f(x) = \frac{-2x^2 + 3x + 7}{x-3}$ et C sa représentation graphique dans un repère orthonormé $(O; i, j)$

- Déterminer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$.
 - Étudier le comportement asymptotique de f en 3. Interpréter les résultats graphiquement.
- Déterminer la dérivée de f et étudier les variations de f . Dresser le tableau de variations complet de f .
- Montrer que la courbe de f admet la droite d'équation $y = -2x - 3$ comme asymptote oblique en $+\infty$ et $-\infty$.
 - Déterminer algébriquement la position relative de C et de D .
- Soit $S(3; -9)$. Montrer que S est centre de symétrie de C .
Déterminer les coordonnées des points d'intersection de C avec l'axe des abscisses.
- Construire C , y faire apparaître les éléments remarquables.

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1} - x$$

On note C_f sa représentation graphique dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- Étudier les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. La courbe C_f admet-elle des asymptotes horizontales ?
- Démontrer que la droite Δ d'équation $y = -2x - \frac{1}{2}$ est asymptote oblique à C_f en $-\infty$.