EXERCICE N°1

Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ *par* $f(x)=\sqrt{4x^2+x}+2x+1$

1°)*Etudier la continuité et la dérivabilité de f sur* $[0,+\infty[$

2°)*Montrer que f est une bijection de* $[0,+\infty[$ *sur un intervalle J que l'on précisera.*

3°)*Sur quel ensemble* f^{-1} *est-elle continue ?*

4°)*Expliciter* $f^{-1}(x)$ *pour* $x \in J$

5°)*Montrer que l'équation* $f(x)=x+2$ *admet une solution unique* $\alpha \in \left]\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right[$

EXERCICE N°2

On considère la fonction f définie par : $f(x) = (x+1)\sqrt{x+1} - 1$

1°)*Etudier la dérivabilité de f à droite en -1 .*

2°)*Etudier les variations de f.*

3°)*Montrer que est une bijection de* $[-1,+\infty[$ *sur un intervalle I que l'on déterminera.*

4°)*Expliciter la fonction réciproque g de f .*

EXERCICE N°3

Soit $f : x \mapsto f(x)=\sqrt{\dfrac{x}{1-x}}$.

1°)*Déterminer le domaine de définition* D_f *de f.*

2°)*Etudier la dérivabilité de f sur* D_f .

3°)*Montrer que f est une bijection de* $[0,1[$ *sur un intervalle J que l'on précisera*

4°) *Expliciter* $f^{-1}(x)$ *pour* $x \in J$

EXERCICE N°4

Soit $f : x \mapsto f(x)=1+\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

1°) *Etudier la dérivabilité de f sur R.*

2°) *Montrer que f est une bijection de R sur un intervalle J que l'on précisera*

3°) *Expliciter* $f^{-1}(x)$ *pour* $x \in J$

EXERCICE N°5

On considère la fonction f définie sur $[-1,1]-\{0\}$ *par :* $f(x) = 1 + \dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

On note par C sa courbe représentative dans un repère orthonormé R .

1°)*Calculer* $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$; $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$ *et interpréter les résultats obtenus*

2°)*Etudier la dérivabilité de f en point d'abscisse x=1 et interpréter le résultat obtenu.*

3°) *Etudier la dérivabilité de f en point d'abscisse x=-1 et interpréter le résultat obtenu.*

4°)*Montrer que :* $\forall x \in]-1,1[-\{0\}$: $f'(x) = \dfrac{-1}{x^2\sqrt{1-x^2}}$

5°)*Dresser le tableau de variation de la fonction f .*

6°)*Montrer que f réalise une bijection de* $]0,1[$ *sur un intervalle J que l'on précisera .*

7°)*Expliciter* $f^{-1}(x)$ *pour tout x de J .*

8°) *Représenter dans le même repère R la courbe C et C' de* f^{-1} .

EXERCICE N°7

Soit $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x} & si \quad x\neq 0\\ a \quad si \quad x=0\end{cases}$ où $a\in R$

1°)Déterminer le domaine de définition de f.
2°)Pour quelle valeur de a, f est continue en 0.
3°)Préciser suivant a, l'ensemble de continuité de f
4°)Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x.f(x)+1-x\right)$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x}.f(x)$

EXERCICE N°8

Soit $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x+1}{2x-3} & si \quad x\leq 1\\ \dfrac{2m-x}{2-x} & si \quad 1<x\leq\dfrac{3}{2}\\ \dfrac{x^2+1}{x^2+2x-4} & si \quad x>\dfrac{3}{2}\end{cases}$

1°)Trouver m pour que f soit continue en 1.
2°)Pour la valeur du réel m trouvée. Etudier la continuité da f en $x_0=\pi/3$.

EXERCICE N°9

$f(x)=\begin{cases}(1+3a)x^2-3x & si \quad x\in\left]-\infty,\dfrac{1}{2}\right[\\ \dfrac{x^3-8}{2x^2-5x+2} & si \quad x\in\left[\dfrac{1}{2},2\right]\\ \sqrt{4x^2-1}-ax-1 & si \quad x\in[2,+\infty[\end{cases}$

1°) Déterminer le domaine de définition de f.
2°)Etudier les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$

3°)Peut-on déterminer a pour que f soit continue en 2.
4°)Préciser suivant a, l'ensemble de continuité de f.

EXERCICE N°10

Répondre par Vrai ou Faux.

1°)Si $\lim\limits_{x\to a} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=+\infty$ et si, pour tout réel x, f(x) > g(x), alors $\lim\limits_{x\to a}\left[f(x)-g(x)\right]=+\infty$
2°)Si $\lim\limits_{x\to a} f(x)=+\infty$ et si g(x)< 0 pour tout x, alors $\lim\limits_{x\to a} f(x)g(x)=-\infty$.

3°)Si $\lim\limits_{x\to a} f(x)=0$, alors soit $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{f(x)}=+\infty$, soit $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{f(x)}=-\infty$.

EXERCICE N°11

1°)Démontrer que l'équation : $x^3 + x - 3 = 0$ admet une unique solution $a\in\,]1;2[$

2°)Donner une valeur approchée par défaut de cette α à 10^{-1} près .

EXERCICE N°12

Montrer que l'équation $x^3 - 5x^2 + 4x + 7 = 0$ admet au moins une racine réelle. Plus généralement, montrer que toute équation polynomiale de degré impair admet au moins une racine réelle. Qu'en est-il si le degré est pair ?