

Traduire en Français tous les exercices puis résoudre en Français chaque exercice

### التمرين الأول:

1- حدد جميع قيم العدد الصحيح الطبيعي  $n$  بحيث :  $3 + \left(\frac{3}{2}\right)^n \leq 5$  ;  $\forall n \in \mathbb{N}$

2- أدرس تقعرات الدالة  $f$  بحيث أن :  $f(x) = \ln(x^2 - 2x + 2)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$

3- أحسب النهايتين التاليتين :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 - 1 - \ln(1 - x^3)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\ln(x+1) - \ln(x))$

4- أحسب مايلي :  $i^4$  ;  $i^{300}$  ;  $i^{-15}$  ;  $i^{6012}$

5- أكتب على الشكل الجبري العددين العقديين التاليين :  $z_1 = \frac{1 + e^{i\frac{\pi}{2}}}{2}$  ;  $z_2 = \frac{(12-i)(-6-3i)}{1+i}$

### التمرين الثاني:

1- أكتب على الشكل الأسّي الأعداد العقدية التالية:  $z_1 = \sqrt{6} - i\sqrt{2}$  ;  $z_2 = \frac{\sqrt{3} + i}{15i}$  ;  $z_3 = \sqrt{2} \left( \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$

2- نضع :  $a = \frac{1+i}{3-5i}$  و  $b = \frac{1-i}{3+5i}$  بدون حساب  $a+b$  و  $a-b$  بين أن  $a+b \in \mathbb{R}$  و  $a-b \in i\mathbb{R}$

3- نعتبر في المستوى العقدي النقطتين  $C$  و  $D$  بحيث :  $z_c = 2 - i2\sqrt{3}$  و  $z_D = 2 + i2\sqrt{3}$

(أ) حدد عمدة كل من العددين العقديين :  $z_c$  و  $z_D$

(ب) تحقق أن النقطتين  $C$  و  $D$  تنتميان إلى الدائرة التي مركزها  $O$  و شعاعها 4

(ج) حدد لحد  $E$  حيث يكون الرباعي  $FEDC$  متوازي أضلاع ( نعطي :  $z_F = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}i$  )

### التمرين الثالث:

1- ليكن  $z$  و  $z'$  عددين عقديين بحيث :  $z' = 1 + i$  ;  $z = \sqrt{3} - i$

(أ) أكتب على الشكل المثلي العددين العقديين :  $z$  و  $z'$

(ب) أكتب على الشكل الشكل الجبري و المثلي  $z \times z'$  ثم إستنتج قيمة  $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$  و  $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

2- بين أن النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  مستقيمة بحيث أن :  $A(2)$  و  $B(-3i)$  و  $C(-2-6i)$  و مثلها في م.عقدي

3- تحقق أن المثلث  $ABC$  قائم الزاوية في  $A$  بحيث أن :  $A(2)$  و  $B(-1+i)$  و  $C(3(1+i))$

4- نضع :  $p(z) = z^3 + (\sqrt{3} - i)z^2 + (1 - i\sqrt{3})z - i$

(أ) حدد العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  بحيث  $p(z) = (z-i)(z^2 + az + b)$

(ب) حل في المجموعة  $\mathbb{C}$  المعادلتين  $p(z) = 0$  ثم  $p(z^2) = 0$

5- في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  نعتبر النقط  $A$  و  $B$  و  $C$

بحيث ألحاقها على التوالي هي :  $A(\sqrt{2}(1+i))$  و  $B(\sqrt{2}(-1+i))$  و  $C(2i\sqrt{2})$

(أ) تحقق من أن  $AC = BC$  ثم أحسب قياس الزاوية  $(\overline{CA}, \overline{CB})$  و إستنتج طبيعة المثلث  $ABC$ .

التمرين الأول:

- 1- أثبت أن :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - xe^x - 1}{(e^x - 1)^2} = -\frac{1}{2}$
- 2- حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات التالية :  $e^{x^2-5} - e^{\sqrt{x+5}} = 0$  ثم  $2e^{2x} - e^x + 2 = 0$  ثم المتراجحة  $1 - e^{-x} \leq 0$
- 3- بين أن :  $\frac{e^x - 1}{e^{2x}} = e^{-x} - e^{-2x}$  ;  $\frac{e^x - 1}{e^x + 1} = 1 - \frac{2}{1 + e^x}$  ;  $\left(\frac{e^{x+1}}{e^{1-x}}\right)^2 = e^{4x}$
- 4- حدد مجموعة الدوال الأصلية للدالة :  $v(x) = e^{-x+2} + x^3 - 5e^x$

التمرين الثاني:

- 1- بين أن المعادلة التالية  $z^3 + (1+i)z^2 + (4-i)z + 12 - 6i = 0$  تقبل حلاً حقيقياً  $z_1$
- 2- نعتبر في المجموعة  $\mathbb{C}$  المعادلة التالية  $(E): z^2 - e^{-\theta}z + e^{-2\theta} = 0$
- (أ) حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة (E) ثم أكتب الحلول على الشكل المثلثي ثم على الشكل الأسّي
- 3- نعتبر في المستوى العقدي النقط  $A(\sqrt{3} - i)$  و  $B(-z_A)$  و  $C(\sqrt{3} + 3i)$  و  $D(\bar{z}_C)$
- (أ) أحسب التعبير  $\frac{z_A - z_D}{z_A - z_C}$  ثم إستنتج أن النقط  $A$  و  $C$  و  $D$  مستقيمية
- (ب) تحقق من أن :  $\frac{z_C - z_A}{z_C + z_A} = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2}$  ثم إستنتج قياساً للزاوية  $(\widehat{CB, CA})$
- 4- أخطط التعبير :  $\sin^2(\theta) \cdot \cos^3(2\theta)$  ثم إستنتج مجموعة الدوال الأصلية لـ  $u(x) = \sin^2(x) \cdot \cos^3(2x)$

التمرين الثالث:

- نعتبر  $f$  الدالة العددية المعرفة بمايلي :  $f(x) = \ln\left(\frac{2e^{2x} + 1}{e^x + 2}\right)$
- 1- حدد مجموعة تعريف الدالة  $f$  ثم أحسب النهاية  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 2- بين أن :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = x + \ln(2) + \ln\left(\frac{1 + \frac{1}{2}e^{-2x}}{1 + 2e^{-x}}\right)$  ثم إستنتج قيمة النهاية
- 3- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x + \ln(2)$  مقارب مائل للمنحنى  $(\mathcal{C}_f)$  بجوار  $+\infty$
- 4- أحسب  $f'(x)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  ثم اعط جدول تغيراتها
- 5- أدرس الأوضاع النسبية بين المستقيم  $(\Delta)$  و المنحنى  $(\mathcal{C}_f)$
- 6- إعط المعادلة الديكارتية للمماس  $(T)$  في النقطة التي أفصولها العدد 0
- 7- أدرس تقاطع المنحنى  $(\mathcal{C}_f)$  مع محور الأفاصل و محور الأرتاب
- 8- أنشئ  $(\mathcal{C}_f)$  و  $(\Delta)$  و  $(T)$  في معلم متعامد ممنظم  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  (وحدة القياس 2cm)