

Traduire en Français tous les exercices puis résoudre en Français chaque exercice

التمرين الأول:

1- حدد جميع قيم العدد الصحيح الطبيعي n بحيث : $3 + \left(\frac{3}{2}\right)^n \leq 5$; $\forall n \in \mathbb{N}$

2- أدرس تقعرات الدالة f بحيث أن : $f(x) = \ln(x^2 - 2x + 2)$ لكل x من \mathbb{R}

3- أحسب النهايتين التاليتين : $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 - 1 - \ln(1 - x^3)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\ln(x+1) - \ln(x))$

4- أحسب مايلي : i^4 ; i^{300} ; i^{-15} ; i^{6012}

5- أكتب على الشكل الجبري العددين العقديين التاليين : $z_1 = \frac{1 + e^{i\frac{\pi}{2}}}{2}$; $z_2 = \frac{(12-i)(-6-3i)}{1+i}$

التمرين الثاني:

1- أكتب على الشكل الأسّي الأعداد العقدية التالية: $z_1 = \sqrt{6} - i\sqrt{2}$; $z_2 = \frac{\sqrt{3} + i}{15i}$; $z_3 = \sqrt{2} \left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$

2- نضع : $a = \frac{1+i}{3-5i}$ و $b = \frac{1-i}{3+5i}$ بدون حساب $a+b$ و $a-b$ بين أن $a+b \in \mathbb{R}$ و $a-b \in i\mathbb{R}$

3- نعتبر في المستوى العقدي النقطتين C و D بحيث : $z_c = 2 - i2\sqrt{3}$ و $z_D = 2 + i2\sqrt{3}$

(أ) حدد عمدة كل من العددين العقديين : z_c و z_D

(ب) تحقق أن النقطتين C و D تنتميان إلى الدائرة التي مركزها O و شعاعها 4

(ج) حدد لحق E حيث يكون الرباعي $FEDC$ متوازي أضلاع (نعطي : $z_F = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}i$)

التمرين الثالث:

1- ليكن z و z' عددين عقديين بحيث : $z' = 1 + i$; $z = \sqrt{3} - i$

(أ) أكتب على الشكل المثلي العددين العقديين : z و z'

(ب) أكتب على الشكل الشكل الجبري و المثلي $z \times z'$ ثم إستنتج قيمة $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$ و $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

2- بين أن النقط A و B و C مستقيمة بحيث أن : $A(2)$ و $B(-3i)$ و $C(-2-6i)$ و مثلها في م.عقدي

3- تحقق أن المثلث ABC قائم الزاوية في A بحيث أن : $A(2)$ و $B(-1+i)$ و $C(3(1+i))$

4- نضع : $p(z) = z^3 + (\sqrt{3} - i)z^2 + (1 - i\sqrt{3})z - i$

(أ) حدد العددين الحقيقيين a و b بحيث $p(z) = (z-i)(z^2 + az + b)$

(ب) حل في المجموعة \mathbb{C} المعادلتين $p(z) = 0$ ثم $p(z^2) = 0$

5- في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) نعتبر النقط A و B و C

بحيث ألحاقها على التوالي هي : $A(\sqrt{2}(1+i))$ و $B(\sqrt{2}(-1+i))$ و $C(2i\sqrt{2})$

(أ) تحقق من أن $AC = BC$ ثم أحسب قياس الزاوية $(\overline{CA}, \overline{CB})$ و إستنتج طبيعة المثلث ABC .

التمرين الأول:

- 1- أثبت أن : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - xe^x - 1}{(e^x - 1)^2} = -\frac{1}{2}$
- 2- حل في \mathbb{R} المعادلات التالية : $e^{x^2-5} - e^{\sqrt{x+5}} = 0$ ثم $2e^{2x} - e^x + 2 = 0$ ثم المتراجحة $1 - e^{-x} \leq 0$
- 3- بين أن : $\frac{e^x - 1}{e^{2x}} = e^{-x} - e^{-2x}$; $\frac{e^x - 1}{e^x + 1} = 1 - \frac{2}{1 + e^x}$; $\left(\frac{e^{x+1}}{e^{1-x}}\right)^2 = e^{4x}$
- 4- حدد مجموعة الدوال الأصلية للدالة : $v(x) = e^{-x+2} + x^3 - 5e^x$

التمرين الثاني:

- 1- بين أن المعادلة التالية $z^3 + (1+i)z^2 + (4-i)z + 12 - 6i = 0$ تقبل حلاً حقيقياً z_1
- 2- نعتبر في المجموعة \mathbb{C} المعادلة التالية $(E): z^2 - e^{-\theta}z + e^{-2\theta} = 0$
- (أ) حل في \mathbb{C} المعادلة (E) ثم أكتب الحلول على الشكل المثلثي ثم على الشكل الأسّي
- 3- نعتبر في المستوى العقدي النقط $A(\sqrt{3} - i)$ و $B(-z_A)$ و $C(\sqrt{3} + 3i)$ و $D(\bar{z}_C)$
- (أ) أحسب التعبير $\frac{z_A - z_D}{z_A - z_C}$ ثم إستنتج أن النقط A و C و D مستقيمة
- (ب) تحقق من أن : $\frac{z_C - z_A}{z_C + z_A} = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2}$ ثم إستنتج قياساً للزاوية $(\widehat{CB, CA})$
- 4- أخطط التعبير : $\sin^2(\theta) \cdot \cos^3(2\theta)$ ثم إستنتج مجموعة الدوال الأصلية لـ $u(x) = \sin^2(x) \cdot \cos^3(2x)$

التمرين الثالث:

- نعتبر f الدالة العددية المعرفة بمايلي : $f(x) = \ln\left(\frac{2e^{2x} + 1}{e^x + 2}\right)$
- 1- حدد مجموعة تعريف الدالة f ثم أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 2- بين أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = x + \ln(2) + \ln\left(\frac{1 + \frac{1}{2}e^{-2x}}{1 + 2e^{-x}}\right)$ ثم إستنتج قيمة النهاية
- 3- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + \ln(2)$ مقارب مائل للمنحنى (\mathcal{C}_f) بجوار $+\infty$
- 4- أحسب $f'(x)$ لكل x من \mathbb{R} ثم اعط جدول تغيراتها
- 5- أدرس الأوضاع النسبية بين المستقيم (Δ) و المنحنى (\mathcal{C}_f)
- 6- إعط المعادلة الديكارتية للمماس (T) في النقطة التي أفصولها العدد 0
- 7- أدرس تقاطع المنحنى (\mathcal{C}_f) مع محور الأفاصل و محور الأرتاب
- 8- أنشئ (\mathcal{C}_f) و (Δ) و (T) في معلم متعامد ممنظم (o, \vec{i}, \vec{j}) (وحدة القياس 2cm)