الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2008

المادة : الرياضيات
الشعب : شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم و التكنولوجيات بمسلكيها
المعامل : 7
مدة الإنجاز : 3 س

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

التمرين 1 (3 نقط) :

1. حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-8z+17=0$. (1ن)
2. نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{e_1},\vec{e_2}\right)$ النقطين A و B اللتين لحقاهما على التوالي هما: $a=4+i$ و $b=8+3i$

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z’ لحق النقطة M’ صورة M بالدوران R الذي مركزه Ω التي لحقها هو $w=1+2i$ وزاويته هي $\frac{3\pi}{2}$

أ- بين أن : $z'=-iz-1+3i$ (0.75 ن)

ب- تحقق من أن لحق النقطة C صورة النقطة A بالدوران R هو $c=-i$ (0.5 ن)

ج- بين أن: $b-c=2(a-c)$ ثم استنتج أن النقط A و B و C مستقيمية. (0.75 ن)

التمرين 2 (3 نقط) :

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، المستوى (P) الذي معادلته هي $x+2y+z-1=0$ التي معادلتها هي : $x^2+y^2+z^2-4x-6y+2z+5=0$

1. بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة I(2,3,-1) وأن شعاعها هو 3 (0.75 ن)
2. أ- بين أن مسافة النقطة I عن المستوى (P) هي $\sqrt{6}$ (0.5 ن)

ب- استنتج أن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (T) شعاعها هو $\sqrt{3}$ (0.75 ن)

3. أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من I والعمودي على (P) (0.5 ن)

ب- بين أن مركز الدائرة (Γ) هي النقطة $H\ (1,1,-2)$ (0.5 ن)

التمرين 3 (3 نقط) :

يحتوي صندوق على أربع كرات بيضاء وثلاث كرات حمراء (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال ثلاث كرات من الصندوق.

1. ما هو احتمال الحصول على ثلاث كرات بيضاء؟ (1ن)
2. بين أن احتمال الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون هو $\frac{1}{7}$ (1ن)
3. ما هو احتمال الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأقل؟ (1ن)

التمرين 4 (3 نقط) :

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{5u_n}{2u_n + 3}$ لكل n من $\mathbb{N}$

1. بين أن $u_n \succ 1$ لكل n من $\mathbb{N}$. (1ن)
2. بين أن : $v_n = \frac{u_{n-1}}{u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$. (1ن)

أ- بين (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{3}{5}$ ثم اكتب v_n بدلالة n . (0.5 ن)

ب- بين أن : $u_n = \frac{2}{2-\left(\frac{3}{5}\right)^n}$ لكل n من $\mathbb{N}$. ثم احسب نهاية المتتالية (u_n) (0.5 ن)

مسألة (8 نقط) :

I – نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x) = e^{2x} - 2x$

1. احسب $g'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم بين أن g تزايدية على $[0,+\infty[$ وتناقصية على $]-\infty,0]$ (1ن)
2. استنتج أن $g(x) \succ 0$ لكل x من $\mathbb{R}$ (لاحظ أن $g(0) = 1$) (0.75 ن)

II –نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = \ln\left(e^{2x} - 2x\right)$

ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. أ- بين أن $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ (0.5 ن)

ب- تحقق من أن $\frac{f(x)}{x} = \left(\frac{e^{2x}}{x} - 2\right)\frac{\ln\left(e^{2x} - 2x\right)}{e^{2x} - 2x}$ لكل x من $\mathbb{R}^*$ (0.25 ن)

ج- بين أن : $\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ (نذكر أن : $\lim_{t \to +\infty} \frac{\ln t}{t} = 0$) (0.25 ن)

د- استنتج أن المنحنى (C) يقبل ، بجوار $-\infty$ ، فرعا شلجميا يتم تحديد اتجاهه. (0.25 ن)

2. أ- لكل x من $[0,+\infty[$ ، تحقق من أن $1 - \frac{2x}{e^{2x}} \succ 0$ وأن $f(x) = 2x + \ln\left(1 - \frac{2x}{e^{2x}}\right)$. (0.75 ن)

ب- استنتج أن $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ (نذكر أن : $\lim_{u \to +\infty} \frac{e^u}{u} = +\infty$) (0.5 ن)

ج- بين أن المستقيم (D) الذي معادلته y = 2x مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $+\infty$ (0.5 ن)

د- بين أن : $f(x) - 2x \leq 0$ لكل x من $[0,+\infty[$ واستنتج أن (C) يوجد تحت (D) على المجال $[0,+\infty[$ (0.75 ن)

3. أ – بين أن : $f'(x) = \frac{2\left(e^{2x} - 1\right)}{g(x)}$ لكل x من $\mathbb{R}$. (0.75 ن)

ب- ادرس إشارة $f'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f . (0.5 ن)

4. أنشئ (D) و (C) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (نقبل أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف). (1ن)