

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
(الدورة الاستدراكية 2009)

الصفحة 1

2

مدة الانجاز : ثلاث ساعات  
المعامل : 7المادة : الرياضيات  
الشعبة : شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم و التكنولوجيات بمسلكيها

( يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة )

## التمرين الأول ( 3 ن )

نعتبر في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ، النقطة  $A(2, 2, 1)$  و المستوى  $(P)$  الذي معادلته هي  $2x + y + 2z - 13 = 0$  و الفلكة  $(S)$  التي مركزها  $\Omega(1, 0, 1)$  و شعاعها 3

1. أ) بين أن  $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z - 7 = 0$  هي معادلة ديكارتية للفلكة  $(S)$  و تحقق من أن  $A$  تنتمي إلى  $(S)$

ب) أحسب مسافة  $\Omega$  عن المستوى  $(P)$  ثم استنتج أن المستوى  $(P)$  مماس للفلكة  $(S)$

2. ليكن  $(D)$  المستقيم المار من النقطة  $A$  و العمودي على  $(P)$

أ) بين أن  $\vec{u}(2, 1, 2)$  متجهة موجهة للمستقيم  $(D)$  و أن  $(6, -6, -3)$  هو مثلوث احداثيات المتجهة  $\vec{u} \wedge \vec{\Omega A}$

ب) أحسب  $\frac{\|\vec{\Omega A} \wedge \vec{u}\|}{\|\vec{u}\|}$  ثم استنتج أن المستقيم  $(D)$  مماس للفلكة  $(S)$  في  $A$

## التمرين الثاني ( 3 ن )

1. حل في مجموعة الأعداد العقدية  $\mathbb{C}$  المعادلة  $z^2 - 6z + 25 = 0$

2. نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد و ممنظم و مباشر  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  ، النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  التي ألقاها على التوالي  $a = 3 + 4i$  و  $b = 3 - 4i$  و  $c = 2 + 3i$  و  $d = 5 + 6i$

أ) أحسب  $\frac{d-c}{a-c}$  ثم استنتج أن النقط  $A$  و  $C$  و  $D$  مستقيمية

ب) بين أن العدد  $p = 3 + 8i$  هو لحق النقطة  $P$  صورة النقطة  $A$  بالتحاكي  $h$  الذي مركزه  $B$  و نسبته  $\frac{3}{2}$

ج) أكتب على الشكل المثالي العدد العقدي  $\frac{d-p}{a-p}$  ثم استنتج أن  $\frac{\pi}{4}$  قياس للزاوية  $(\widehat{PA, PD})$  و أن

$$PA = \sqrt{2}PD$$

## التمرين الثالث ( 3 ن )

يحتوي صندوق على سبع كرات سوداء و كرتين بيضاوين ( لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس ) نسحب عشوائيا و بالتتابع و بدون إحلال كرتين من الصندوق .

ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المتبقية في الصندوق بعد سحب الكرتين

1. حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي

2. بين أن  $p(X=0) = \frac{1}{36}$  و  $p(X=1) = \frac{7}{18}$

3. أعط قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  و أحسب الأمل الرياضي  $E(X)$

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
(الدورة العادية 2009)

الصفحة

2

2

المادة : الرياضيات  
الشعبة : شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها

التمرين الرابع (3 ن)

لتكن  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بما يلي:  $u_0 = 0$  و  $u_{n+1} = \frac{1+4u_n}{7-2u_n}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

1. تحقق من أن  $1-u_{n+1} = \frac{6(1-u_n)}{5+2(1-u_n)}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  ثم بين بالترجع أن  $1-u_n > 0$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  1

2. نضع  $v_n = \frac{2u_n-1}{u_n-1}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

أ) بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{5}{6}$  ثم أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  1

ب) بين أن  $u_n = \frac{\left(\frac{5}{6}\right)^n - 1}{\left(\frac{5}{6}\right)^n - 2}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  واستنتج نهاية المتتالية  $(u_n)$  1

التمرين الخامس (2 ن)

1. حدد الدوال الأصلية للدالة  $x \rightarrow 2x(x^2-1)^{2009}$  على  $\mathbb{R}$  و تحقق من أن:  $\int_1^{\sqrt{2}} 2x(x^2-1)^{2009} dx = \frac{1}{2010}$  1

2. باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن:  $\int_0^2 (2x+1)\ln(x+1) dx = 6\ln 3 - 2$  1

التمرين السادس (6 ن)

لتكن  $f$  الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي:  $f(x) = x \left( \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1} \right)$

و  $(C)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. أ) تحقق من أن:  $f(x) = x \left( \frac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}} \right)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  0,5

ب) بين أن الدالة  $f$  زوجية وأن  $f(x) - x = \frac{-2xe^{-2x}}{1+e^{-2x}}$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  1

ج) بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  وأن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2xe^{-2x}}{1+e^{-2x}} = 0$  ثم استنتج أن المستقيم  $(D)$  الذي معادلته  $y = x$  1

مقارب للمنحنى  $(C)$  بجوار  $+\infty$

2. بين أن المنحنى  $(C)$  يوجد تحت المستقيم  $(D)$  على المجال  $[0, +\infty[$  0,5

3. أ) بين أن:  $f'(x) = \frac{e^{4x}-1+4xe^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  و تحقق من أن  $f'(0) = 0$  1

ب) بين أن  $e^{4x}-1 \geq 0$  لكل  $x$  من  $[0, +\infty[$  ثم استنتج أن  $e^{4x}-1+4xe^{2x} \geq 0$  لكل  $x$  من  $[0, +\infty[$  0,5

ج) ضع جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $[0, +\infty[$  0,5

4. أنشئ المنحنى  $(C)$  في المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (نقبل أن للمنحنى  $(C)$  نقطتي انعطاف تحديدهما غير مطلوب) 1