


 الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
 الدورة الإستراكية 2010
 الموضوع

الصفحة	1
3	



7	المعامل:	RS22	الرياضيات	المادة:
3	مدة الانجاز:	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها		الشعب(ة) أو المسلك:

معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؛
- عدد الصفحات : 3 صفحات (الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان)؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان في الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

معلومات خاصة

- يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

النقطة الممنوحة	المجال	التمرين
3 نقط	الهندسة الفضائية	التمرين الأول
3 نقط	الأعداد العقدية	التمرين الثاني
3 نقط	حساب الاحتمالات	التمرين الثالث
3 نقط	المتتاليات العددية	التمرين الرابع
8 نقط	دراسة دالة وحساب التكامل	التمرين الخامس

- بالنسبة للتمرين الخامس ، \ln يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري .

الموضوع

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $A(0, -2, 0)$ و $B(1, 1, -4)$

و $C(0, 1, -4)$ والفلكة (S) التي معادلتها: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$.

1) بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(1, 2, 3)$ وأن شعاعها هو 5. 0.5

2) أ - بين أن $\overline{AB} \wedge \overline{AC} = 4\vec{j} + 3\vec{k}$ واستنتج أن $4y + 3z + 8 = 0$ هي معادلة ديكارتيّة للمستوى (ABC) . 1

ب - احسب $d(\Omega, (ABC))$ ثم استنتج أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) . 0.5

3) ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (ABC) .

أ - بين أن: $\begin{cases} x=1 \\ y=2+4t \\ z=3+3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ هو تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) . 0.5

ب - بين أن مثلث إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمستوى (ABC) هو $(1, -2, 0)$. 0.25

ج - تحقق من أن H هي نقطة تماس المستوى (ABC) والفلكة (S) . 0.25

التمرين الثاني (3 ن)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة: $z^2 - 8\sqrt{3}z + 64 = 0$. 1

2) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) ، النقط A و B و C التي إحداثياتها

على التوالي هي: $a = 8i$ و $b = 4\sqrt{3} - 4i$ و $c = 2(4\sqrt{3} + 4i)$.

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{4\pi}{3}$.

أ - بين أن $z' = \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z$. 0.5

ب - تحقق من أن النقطة B هي صورة النقطة A بالدوران R . 0.25

ج - بين أن $\frac{a-b}{c-b} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ثم اكتب العدد $\frac{a-b}{c-b}$ على الشكل المثلثي. 0.75

د - استنتج أن المثلث ABC متساوي الأضلاع. 0.5

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق على ثماني كرات تحمل الأعداد: ① و ① و ① و ② و ② و ② و ③ و ③ (لا يمكن التمييز بينها باللمس).

نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق.

1) ليكن A الحدث: "الحصول على كرتين تحملان معا العدد 2" 1.25

و B الحدث: "الحصول على كرتين إحداهما على الأقل تحمل العدد 3"

بين أن $P(A) = \frac{3}{28}$ وأن $P(B) = \frac{13}{28}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات التي تحمل عددا فرديا.

أ - حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X . 0.25

ب - بين أن: $P(X=1) = \frac{15}{28}$. 0.75

ج - أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X . 0.75

التمرين الرابع (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{3u_n}{21+u_n}$ لكل n من \mathbb{N} .

(1) 0.5 بين أن: $u_n > 0$ لكل n من \mathbb{N} .

(2) 0.75 بين أن: $u_{n+1} < \frac{1}{7}u_n$ لكل n من \mathbb{N} .

(3) 0.5 بين أن المتتالية (u_n) تناقصية وأنها متقاربة.

(4) 0.75 أ- بين بالترجع أن: $u_n < \left(\frac{1}{7}\right)^n$ لكل n من \mathbb{N}^* .

ب- حدد نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الخامس (8 ن)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي: $g(x) = x^3 - x - 2 \ln x + 3$.

(1) 0.25 أ- تحقق من أن $3x^3 - x - 2 = (x-1)(3x^2 + 3x + 2)$ لكل x من $]0, +\infty[$.

ب- بين أن: $g'(x) = \frac{(x-1)(3x^2 + 3x + 2)}{x}$ لكل x من $]0, +\infty[$.

(2) 0.25 أ- تحقق من أن $\frac{3x^2 + 3x + 2}{x} > 0$ لكل x من $]0, +\infty[$.

ب- استنتج أن إشارة $g'(x)$ هي إشارة $x-1$ على $]0, +\infty[$.

(3) 0.5 أ- بين أن الدالة g تناقصية على $]0, 1[$ وأنها تزايدية على $]1, +\infty[$.

ب- استنتج أن $g(x) > 0$ لكل x من $]0, +\infty[$ (لاحظ أن $g(1) > 0$).

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي: $f(x) = x - 1 + \frac{x-1+\ln x}{x^2}$.

ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد منظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (ناخذ $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1 \text{ cm}$).

(1) 1 بين أن: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ لكل x من $]0, +\infty[$ ، ثم استنتج أن الدالة f تزايدية على $]0, +\infty[$.

(2) 0.5 أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ ثم أول هذه النتيجة هندسياً.

ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1+\ln x}{x^2} = 0$ ثم أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (نذكر أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2} = 0$).

ج- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

(3) 0.5 بين أن $y = 3(x-1)$ هي معادلة للمستقيم المماس للمنحنى (C) في النقطة التي زوج إحداثياتها $(1, 0)$.

(4) 0.75 أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة غير مطلوب تحديدها).

(5) 1 أ- باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن: $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx = 1 - \frac{2}{e}$ (ضع: $u'(x) = \frac{1}{x^2}$ و $v(x) = \ln x$).

ب- بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين (C) و (Δ) والمستقيمين الذين معادلتهما $x = 1$ و $x = e$

هي $\left(1 - \frac{1}{e}\right) \text{ cm}^2$.