

ترخيص الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2010

الدورة الاستدراكية

ع-ت

التمرين الأول: (3ن) لدينا $C(0,1;-4)$ $B(1,1;-4)$ $A(0,-2,0)$ و معادلة $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$ هي

(1) مركز الفلكة هو $\Omega(a=1;b=2;c=3)$ إذن $\Omega(1,2,3)$

شعاعها هو $r = \sqrt{1+4+9+11} = \sqrt{25} = 5$ إذن $r = 5$

(2) أ- لدينا $\overrightarrow{AC}(0;3;-4)$ $\overrightarrow{AB}(1;3;-4)$

$$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \bar{i} & 1 & 0 \\ \bar{j} & 3 & 3 \\ \bar{k} & -4 & -4 \end{vmatrix} = 0\bar{i} + 4\bar{j} + 3\bar{k} = 4\bar{j} + 3\bar{k} \quad \text{لدينا}$$

إذن $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 4\bar{j} + 3\bar{k}$

نستنتج أن معادلة (ABC) هي $4y + 3z + d = 0$

(لأن $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ منتظمة على (ABC))

و بما أن $A \in (ABC)$ فإن $-8 + d = 0$ أي $d = 8$

ومنه $(ABC): 4y + 3z + 8 = 0$

$$d(\Omega; (ABC)) = \frac{|4 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 8|}{\sqrt{16+9}} = \frac{25}{\sqrt{25}} = \frac{25}{5} = 5 \quad \text{إذن } \Omega(1,2,3) \text{ لدينا ب-}$$

$$d(\Omega; (ABC)) = 5 \quad \text{إذن}$$

نلاحظ أن $d(\Omega; (ABC)) = r$

إذن (ABC) مماس للفلكة (S)

(3) أ- (Δ) المستقيم المار من Ω و العمودي على (ABC)

إذن $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ موجهة ل (Δ) و $\Omega \in (\Delta)$

إذن تمثيل بارامترية ل (Δ) هو:

$$(\Delta) : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 4t \\ z = 3 + 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

ب- لتحديد H تقاطع (Δ) مع (ABC)

$$H \in (\Delta) \cap (ABC) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 4t \\ z = 3 + 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(2 + 4t) + 3(3 + 3t) + 8 = 0 \\ 4y + 3z + 8 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 8 + 16t + 9 + 9t + 8 = 0 \Leftrightarrow 25t + 25 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = -1$$

ومنه $H(+1; -2; 0)$

ج- $H \in (S)$ (لأن إحداثياتها تحقق معادلة الفلكة (S))

إذن $H \in (ABC) \cap (S)$ وبالتالي H هي نقطة التماس

التمرين الثاني: (3)

$$z^2 - 8\sqrt{3}z + 64 = 0 \quad (1) \text{ لدينا}$$

$$\Delta' = 48 - 64 = -16 = (4i)^2 \quad \text{المميز المختصر هو}$$

$$z_1 = 4\sqrt{3} - 4i \quad \text{و} \quad z_2 = 4\sqrt{3} + 4i \quad \text{إذن}$$

$$S = \{4\sqrt{3} - 4i; 4\sqrt{3} + 4i\} \quad \text{إذن}$$

$$C(2(4\sqrt{3} + 4i)) \quad B(4\sqrt{3} - 4i) \quad A(8i) \quad (2) \text{ لدينا}$$

$M(z)$ و $M'(z')$ بحيث $M' = R(M)$ و R هو الدوران

الذي مركزه O وزاويته $\frac{4\pi}{3}$.

أ- لدينا

$$M' = R(M) \Leftrightarrow z' = e^{i\frac{4\pi}{3}} z \Leftrightarrow z' = (\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3})z \Leftrightarrow z' = (-\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2})z$$

$$z' = (-\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2})z \quad \text{إذن}$$

$$b = (-\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2})a \quad \text{ب-} \quad (-\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2})8i = -4i - 4\sqrt{3}i^2 = 4\sqrt{3} - 4i$$

$$B = R(A)$$

إذن

$$\frac{a-b}{c-d} = \frac{8i - 4\sqrt{3} + 4i}{8\sqrt{3} + 8i - 4\sqrt{3} + 4i} = \frac{12i - 4\sqrt{3}}{12i + 4\sqrt{3}} = \frac{3i - \sqrt{3}}{3i + \sqrt{3}} = \frac{(3i - \sqrt{3})^2}{-12} = \frac{-6 - 6\sqrt{3}i}{-12} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \quad \text{ج-}$$

$$\frac{a-b}{c-d} = \frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}$$

إذن

$$\frac{a-b}{c-d} = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} = \left[1; \frac{\pi}{3} \right]$$

ومنه

$$\frac{a-b}{c-d} = \left[1; \frac{\pi}{3} \right]$$

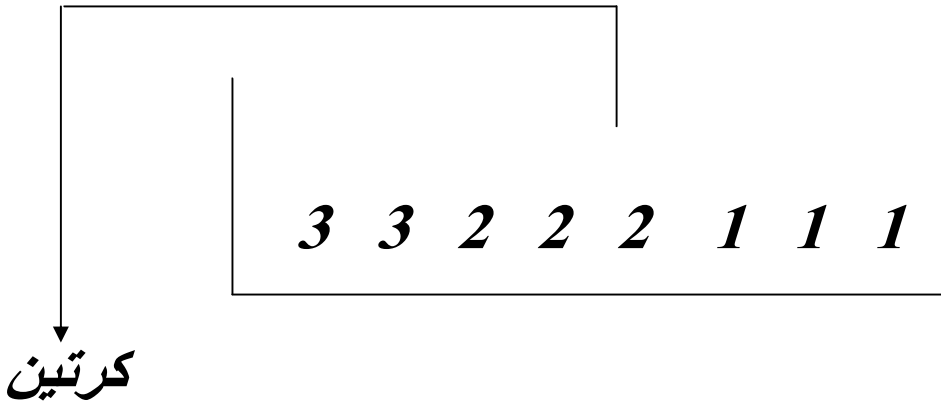
إذن

$$\left| \frac{a-b}{c-d} \right| = 1 \Rightarrow |a-b| = |c-d| \Rightarrow AB = BC \quad \text{د- لدينا}$$

و بما أن $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) \equiv \frac{\pi}{3}$ فإن المثلث ABC متساوي الأضلاع.

س.ت.د.ا

التمرين الثالث: (3ن)



(1) نعتبر الحدثين

"A" الحصول على كرتين تحملان الرقم "2"

"B" الحصول على كرتين إحداهما على الأقل تحمل الرقم "3"

$$p(B) = \frac{2A_2^1 A_6^1 + A_2^2}{A_8^2} = \frac{24 + 2}{56} = \frac{13}{28} \quad \text{و} \quad p(A) = \frac{A_3^2}{A_8^2} = \frac{6}{56} = \frac{3}{28}$$

(2) X 'عدد الكرات التي تحمل رقما فرديا'

$$X(\Omega) = \{0, 1, 2\} \quad \text{ا- لدينا}$$

$$p(X = 1) = \frac{2A_5^1 A_3^1}{A_8^2} = \frac{30}{56} = \frac{15}{28} \quad \text{ب-}$$

$$p(X = 0) = p(A) = \frac{3}{28} \quad \text{ج-}$$

$$p(X = 2) = \frac{A_5^2}{A_8^2} = \frac{20}{56} = \frac{10}{28} = \frac{5}{14}$$

قانون احتمال X هو:

xi	0	1	2
p(xi)	3/28	15/28	10/28

التمرين الرابع: (3ن)

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n}{21 + u_n}; n \in \mathbb{N} \end{cases} \quad \text{نعتبر المتتالية}$$

(1) لنبين بالترجع أن $u_n > 0$ لكل n من \mathbb{N}
بالنسبة ل $n=0$ $u_0 = 1 > 0$

$$u_{p+1} = \frac{3u_p > 0}{21 + u_p > 0} > 0 \quad \text{نفترض أن } u_p > 0 \text{ إذن}$$

ومنه $u_n > 0$ لكل n من \mathbb{N} .

(2) لنبين أن $u_{n+1} < \frac{1}{7}u_n$ لكل n من \mathbb{N}

$$\boxed{u_{n+1} < \frac{1}{7}u_n \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N} \text{ إذن}} \quad u_{n+1} - \frac{1}{7}u_n = \frac{-u_n^2}{7(21+u_n)} < 0$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 - 18u_n}{(21+u_n)} < 0 \quad \text{لدينا (3)}$$

إذن $u_{n+1} < u_n$ لكل n من \mathbb{N}
ومنه $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تناقصية.

و بما أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ موجبة (مصغورة ب 0) فإنها متقاربة.

$$(4) \text{- لدينا } u_n > 0 \text{ و } u_{n+1} < \frac{1}{7}u_n \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

$$\left. \begin{array}{l} 0 < u_1 < \frac{1}{7}u_0 \\ 0 < u_2 < \frac{1}{7}u_1 \\ 0 < u_3 < \frac{1}{7}u_2 \\ \vdots \\ 0 < u_n < \frac{1}{7}u_{n-1} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{إذن} \\ \text{بضرب طرف بطرف نحصل على} \end{array}$$

$$\cdot u_0 = 1 \text{ لأن } 0 < u_n < \left(\frac{1}{7}\right)^n \text{ أي } 0 < u_n < \left(\frac{1}{7}\right)^n u_0$$

$$\cdot \boxed{\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0} \text{ ب- بما أن } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{7}\right)^n = 0 \text{ فإن}$$

التمرين الخامس: (8ن)

$$\forall x \in]0. +\infty[; g(x) = x^3 - x - 2\ln(x) + 3 \quad \text{-I}$$

$$\forall x \in]0. +\infty[\quad \text{أ- لدينا}$$

$$(x-1)(3x^2+3x+2) = 3x^3 - x - 2$$

$$\forall x > 0 \quad g'(x) = 3x^2 - 1 - \frac{2}{x} = \frac{3x^3 - x - 2}{x} \quad \text{ب-}$$

$$= \frac{(x-1)(3x^2+3x+2)}{x}$$

$$\forall x > 0; \frac{3x^2+3x+2}{x} = 3x + 3 + \frac{2}{x} > 0 \quad \text{أ- (2)}$$

$$g'(x) = (x-1)\left(\frac{3x^2+3x+2}{x}\right) > 0 \quad \text{ب-}$$

إذن إشارة $g'(x)$ هي إشارة $x-1$

(3) أ- بما أن إشارة $g'(x)$ هي إشارة $x - 1$ فإن g تناقصية على $[0.1; +\infty[$ و تزايدية على $[1; +\infty[$.

ب- بما أن $g(1) = 3 > 0$ فإن $\forall x > 0 \quad g(x) > 0$.

$$\forall x > 0, f(x) = x - 1 + \frac{x - 1 + \ln(x)}{x^2} \quad (1-II)$$

$$\forall x > 0,$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 + \frac{(1 + \frac{1}{x})x^2 - 2x(x - 1 + \ln x)}{x^4} \\ &= \frac{x^4 + x^2 + x - 2x^2 + 2x - 2x \ln x}{x^4} \\ &= \frac{x^3 - x + 3 - 2 \ln x}{x^3} = \frac{g(x)}{x^3} \end{aligned}$$

وبما أن $g(x) > 0$ فإن $f'(x) > 0$ إذن f تزايدية قطعاً على $]0; +\infty[$.

$$(2) \text{ ا- لدينا } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x - 1 + \frac{x - 1 + \ln x}{x^2} = -\infty$$

إذن Γ_f يقبل محور الأرتاب كمقارب.

$$\text{ب- } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 1 + \ln x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{\ln x}{x^2} = 0$$

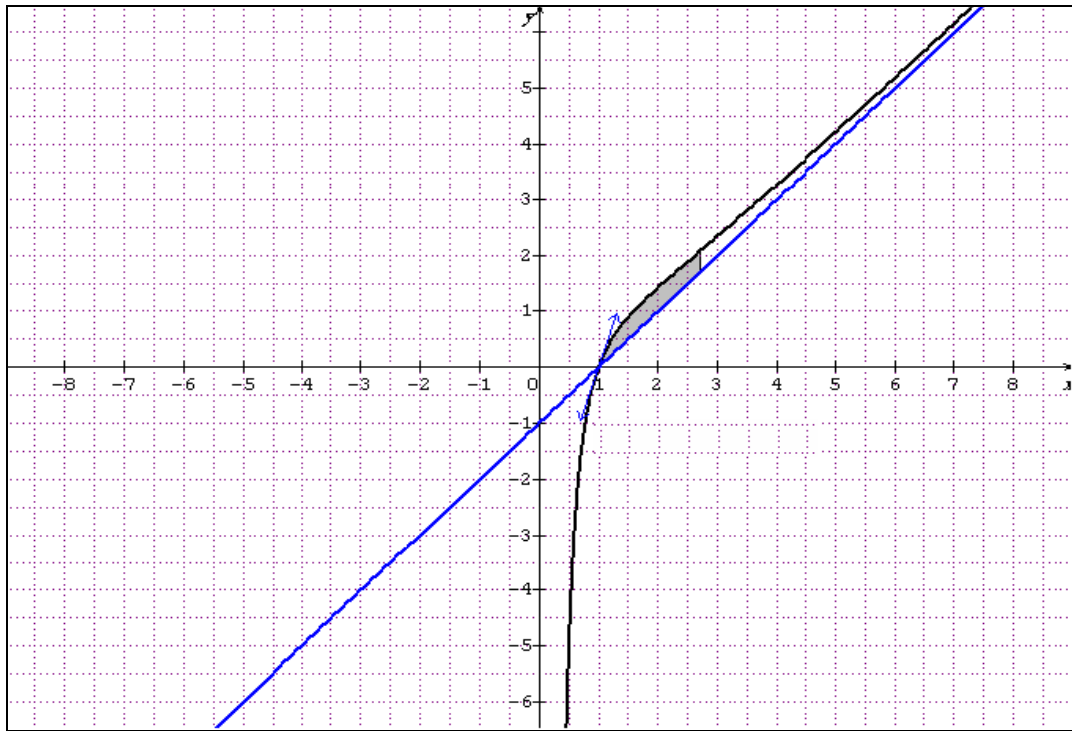
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x - 1 + \frac{x - 1 + \ln x}{x^2} = +\infty \quad \text{و منه}$$

$$\text{ج- } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (x - 1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 1 + \ln x}{x^2} = 0$$

إذن $y = x - 1$ (Δ): مقارب مائل ل Γ_f بجوار $+\infty$

(3) لدينا $f(1)=0$ و $f'(1)=0$ إذن معادلة المماس في النقطة التي أفصولها 1 هي $y = 3(x - 1)$.

(4)



$$(5) \text{ ا- نضع } v(x) = \ln x \text{ و } u'(x) = \frac{1}{x^2}$$

$$\text{إذن } v'(x) = \frac{1}{x} \text{ و } u(x) = -\frac{1}{x}$$

$$\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx = \left[-\frac{1}{x} \ln x \right]_1^e + \int_1^e \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{e} + \left[-\frac{1}{x} \right]_1^e = 1 - \frac{2}{e} \text{ إذن}$$

$$\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx = 1 - \frac{2}{e} \text{ أي}$$

$$\text{ب- } A(\Delta) = \int_1^e f(x) - (x - 1) dx = \int_1^e \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{\ln x}{x^2} \right) dx = \left[\ln x + \frac{1}{x} \right]_1^e + 1 - \frac{2}{e} = \left(1 - \frac{1}{e} \right) \text{ cm}^2$$

$$\text{إذن } A(\Delta) = \left(1 - \frac{1}{e} \right) \text{ cm}^2$$