

الصفحة	1
3	

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أولسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	المعامل	7

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من خمسة تمارين ، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين الأول	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الثاني	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثالث	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الرابع	حساب الاحتمالات	3 نقط
التمرين الخامس	دراسة دالة عددية وحساب التكامل	8 نقط

الصفحة	2
3	

RS 22	الامتحان الوطني الموحد للبيكالوريا - الدورة الاستدراكية 2015 - الموضوع
3	مادة: الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها

التمرين الأول (3 نقط) :

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 4$ و $u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + 3$ لكل n من \mathbb{N}

(1) بين بالترجع أن $u_n < 5$ لكل n من \mathbb{N}

(2) تحقق من أن $u_{n+1} - u_n = \frac{3}{5}(5 - u_n)$ لكل n من \mathbb{N} ثم استنتج أن المتتالية (u_n) تزايدية .

(3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

(4) لتكن (v_n) المتتالية العددية بحيث $v_n = 5 - u_n$ لكل n من \mathbb{N}

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{5}$ ثم اكتب v_n بدلالة n

ب- استنتج أن $u_n = 5 - \left(\frac{2}{5}\right)^n$ لكل n من \mathbb{N} و احسب نهاية المتتالية (u_n)

التمرين الثاني (3 نقط) :

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، المستوى (P) الذي معادلته $2x - z - 2 = 0$ و الفلكة (S) التي معادلتها $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$

(1) بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(-1, 0, 1)$ و أن شعاعها هو 3

(2) أ- احسب مسافة النقطة Ω عن المستوى (P)

ب- استنتج أن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ)

(3) بين أن شعاع الدائرة (Γ) هو 2 و حدد مثلث إحداثيات النقطة H مركز الدائرة (Γ)

التمرين الثالث (3 نقط) :

(1) أ- حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 8z + 32 = 0$

ب- نعتبر العدد العقدي a بحيث $a = 4 + 4i$

اكتب العدد العقدي a على الشكل المثلثي ثم استنتج أن a^{12} عدد حقيقي سالب .

(2) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) النقط A و B و C التي أحاقها على التوالي هي a و b و c بحيث $a = 4 + 4i$ و $b = 2 + 3i$ و $c = 3 + 4i$

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{2}$

أ- بين أن $z' = iz + 7 + i$

ب- تحقق من أن d لحق النقطة D صورة النقطة A بالدوران R هو $3 + 5i$

ج- بين أن مجموعة النقط M ذات اللوح z بحيث $|z - 3 - 5i| = |z - 4 - 4i|$ هي المستقيم (BC)

الصفحة	3
3	

RS 22	الامتحان الوطني الموحد للبيكالوريا - الدورة الاستدراكية 2015 - الموضوع
3	مادة: الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها

التمرين الرابع (3 نقط) :

يحتوي صندوق على 5 بیدقات : بیدقتان بيضاوان و بیدقتان خضراوان و بیدقة حمراء واحدة (لا يمكن التمييز بين البیدقات باللمس) .

نسحب عشوائيا بالتتابع و بإحلال ثلاث بیدقات من الصندوق .

(1) ليكن A الحدث : " البیدقات الثلاث المسحوبة من نفس اللون " .

بين أن $P(A) = \frac{17}{125}$

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد البیدقات البيضاء المسحوبة .

حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X

التمرين الخامس (8 نقط) :

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = 1 - x + x \ln x$

(1) أ- بين أن $g'(x) = \ln x$ لكل x من $]0, +\infty[$

ب- بين أن الدالة g تناقصية على $]0, 1[$ و تزايدية على $]1, +\infty[$

(2) احسب $g(1)$ و استنتج أن $g(x) \geq 0$ لكل x من $]0, +\infty[$

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = 3 - \frac{1}{x^2} - \frac{2 \ln x}{x}$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد منظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة : 1 cm)

(1) بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ و أول هندسيا النتيجة (احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ لاحظ أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3x^2 - 1 - 2x \ln x}{x^2}$ لكل x من $]0, +\infty[$)

(2) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ و استنتج طبيعة الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$

(3) أ- بين أن $f'(x) = \frac{2g(x)}{x^3}$ لكل x من $]0, +\infty[$

ب- أول هندسيا النتيجة $f'(1) = 0$

ج- بين أن الدالة f تزايدية على $]0, +\infty[$

(4) أنشئ ، في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) ، المنحنى (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف أفصول إحداها 1 و أفصول الأخرى محصور بين 2 و 2,5 و نأخذ $(f(0,3) = 0)$)

(5) أ) بين أن $\int_1^e \frac{2 \ln x}{x} dx = 1$

ب) احسب ، ب cm^2 ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = e$ و $x = 1$

(6) لتكن h الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R}^* بما يلي : $h(x) = 3 - \frac{1}{x^2} - \frac{\ln(x^2)}{|x|}$

أ- بين أن الدالة h زوجية و أن $h(x) = f(x)$ لكل x من $]0, +\infty[$

ب- أنشئ ، في نفس المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) ، المنحنى (C') الممثل للدالة h