

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
(الدورة العادية 2009)

الصفحة 1

2

مدة الانجاز : ثلاث ساعات
المعامل : 7المادة : الرياضيات
الشعبة : شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم و التكنولوجيات بمسلكها

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة)

التمرين الأول (3 ن)

- نعتبر في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $A(-2, 2, 8)$ و $B(6, 6, 0)$ و $C(2, -1, 0)$ و $D(0, 1, -1)$ و مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$
1. حدد مثلث إحداثيات المتجهة $\vec{OC} \wedge \vec{OD}$ و إستنتج أن $x + 2y + 2z = 0$ هي معادلة ديكرتية للمستوى (OCD) 0,75
 2. تحقق من أن (S) هي الفلكة التي مركزها $\Omega(2, 4, 4)$ و أن شعاعها يساوي 6 0,5
 3. أ) أحسب مسافة Ω عن المستوى (OCD) 0,5
ب) استنتج أن المستوى (OCD) مماس للفلكة (S) 0,5
ج) تحقق من أن: $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 0$ ثم استنتج أن النقطة O هي نقطة تماس الفلكة (S) و المستوى (OCD) 0,5

التمرين الثاني (3 ن)

- نعتبر في المستوى العقدي (P) منسوب إلى معلم متعامد و ممنظم و مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) . نعتبر النقط A و B و C التي أحاقها على التوالي $a = 2 - 2i$ و $b = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ و $c = 1 - \sqrt{3} + (1 + \sqrt{3})i$
1. أكتب على الشكل المثالي كلا من العددين العقديين a و b 1
 2. نعتبر الدوران R الذي مركزه النقطة O و زاويته $\frac{5\pi}{6}$ 0,75
 3. أ) ليكن z لحق نقطة M من المستوى العقدي و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R . بين أن $z' = bz$ 0,5
ب) تحقق من أن النقطة C هي صورة النقطة A بالدوران R 0,5
ج) بين أن: $\arg c \equiv \arg a + \arg b \pmod{2\pi}$ ثم حدد عمدة للعدد العقدي c 0,75

التمرين الثالث (2.5 ن)

يحتوي صندوق على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء و 5 كرات حمراء (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس)
نسحب عشوائيا و تأنيا ثلاث كرات من الصندوق .

1. نعتبر الحدثين التاليين:
A : " الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون " و B : " الحصول على ثلاث كرات مختلفة اللون مثنى مثنى " 1,5
2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة لثلاث كرات بعدد الألوان التي تحملها
أ) حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي 0,25
ب) حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X و أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ 1,25

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
(الدورة العادية 2009)

الصفحة

2

2

المادة : الرياضيات
الشعبة : شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم و التكنولوجيا بمسلكها

التمرين الرابع (2 ن)

نضع $I = \int_{-2}^{-1} \frac{x}{x+3} dx$ و $J = \int_{-2}^{-1} \ln(2x+6) dx$

1. (أ) تحقق من أن : $\frac{x}{x+3} = 1 - \frac{3}{x+3}$ لكل عدد حقيقي x يخالف -3

(ب) بين أن : $I = 1 - 3 \ln 2$

2. باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن : $J = -I$

مسألة (9 ن)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x بحيث $f(x) = 2 \ln(e^x - 2\sqrt{e^x} + 2)$ و (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد منظم (O, \vec{i}, \vec{j})

(I) 1. تحقق من أن : $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 = (\sqrt{e^x} - 1)^2 + 1$ لكل x من \mathbb{R} ثم استنتج أن مجموعة تعريف الدالة f هي \mathbb{R} و أن : $1 - \frac{2}{\sqrt{e^x}} + \frac{2}{e^x} > 0$ ($\forall x \in \mathbb{R}$)

2. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ln 4$ و أول النتيجة هندسيا

3. (أ) بين أن : $f'(x) = \frac{2\sqrt{e^x}(\sqrt{e^x} - 1)}{(\sqrt{e^x} - 1)^2 + 1}$ لكل x من \mathbb{R} و تحقق من أن $f'(0) = 0$

(ب) أدرس إشارة $\sqrt{e^x} - 1$ على \mathbb{R} و استنتج أن الدالة f تزايدية على المجال $[0, +\infty[$ و تناقصية على المجال $]-\infty, 0]$

4. (أ) تحقق من أن : $f(x) = 2x + 2 \ln\left(1 - \frac{2}{\sqrt{e^x}} + \frac{2}{e^x}\right)$ ($\forall x \in \mathbb{R}$)

(ب) بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = 2x$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$

5. (أ) تحقق من أن : $e^x - 3\sqrt{e^x} + 2 = (\sqrt{e^x} - 1)(\sqrt{e^x} - 2)$ لكل x من \mathbb{R}

(ب) أدرس إشارة كل من $\sqrt{e^x} - 2$ و $(\sqrt{e^x} - 1)(\sqrt{e^x} - 2)$ على \mathbb{R}

(ج) استنتج أن : $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 \leq \sqrt{e^x}$ لكل x من المجال $[0, \ln 4]$

(د) بين أن : $f(x) \leq x$ لكل x من المجال $[0, \ln 4]$

6. أنشئ المنحنى (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطتي إنعطاف أفصول إحداها أصغر من -1 و أفصول الأخرى أكبر من 2 تحديدهما غير مطلوب و نأخذ $\ln 4 \approx 1,4$)

(II) لنكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ لكل n من \mathbb{N}

1. بين أن $0 \leq u_n \leq \ln 4$ لكل n من \mathbb{N}

2. بين أن المتتالية (u_n) تناقصية

3. استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم حدد نهايتها