

التمرين الأول

1. أ- لنحل في \mathbb{R} المعادلة: $x^2 + 4x - 5 = 0$.

حيث: $a = 1$ و $b = 4$ و $c = -5$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 16 + 20 = 36 = 6^2$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 + 6}{2} = 1$$

$$\text{و } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 - 6}{2} = -5$$

$$S_{\mathbb{R}} = \{-5; 1\} \text{ وبالتالي:}$$

ب- لنحل في المجال $]0; +\infty[$ المعادلة: $\ln(x^2 + 5) = \ln(x + 2) + \ln(2x)$

$$\forall (a; b) \in (]0; +\infty[)^2; \ln(a \times b) = \ln(a) + \ln(b) \text{ : تنكير}$$

$$\forall (a; b) \in (]0; +\infty[)^2; \ln(a) = \ln(b) \Leftrightarrow a = b \text{ : تنكير}$$

♦ لكل x من المجال $]0; +\infty[$ لدينا: $2x > 0$ و $x + 2 > 0$ و $x^2 + 5 > 0$

$$\ln(x^2 + 5) = \ln(x + 2) + \ln(2x) \Leftrightarrow \ln(x^2 + 5) = \ln(2x \times (x + 2)) \text{ لدينا:}$$

$$\Leftrightarrow \ln(x^2 + 5) = \ln(2x^2 + 4x)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5 = 2x^2 + 4x \text{ (انظر التنكير)}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ أو } x = -5$$

(حسب السؤال 1.أ:)

$$S_{]0; +\infty[} = \{1\}$$

إذن:

بما أن $x \in]0; +\infty[$ فإن $x = 1$

2. لنحل في المجال $]0; +\infty[$ المتراجحة: $\ln(x) + \ln(x + 1) \geq \ln(x^2 + 1)$

$$\forall (a; b) \in (]0; +\infty[)^2; \ln(a) \geq \ln(b) \Leftrightarrow a \geq b \text{ : تنكير}$$

♦ لكل x من المجال $]0; +\infty[$ لدينا: $x > 0$ و $x + 1 > 0$ و $x^2 + 1 > 0$

$$\ln x + \ln(x + 1) \geq \ln(x^2 + 1) \Leftrightarrow \ln(x^2 + x) \geq \ln(x^2 + 1) \text{ لدينا:}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x \geq x^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow x \geq 1$$

$$S_{]0; +\infty[} = [1; +\infty[$$

إذن:

التمرين الثاني

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{u_n}{5 + 8u_n}$ لكل n من \mathbb{N}

1. لنبين بالترجع أن $u_n > 0$ لكل n من \mathbb{N}

◀ من أجل $n = 0$: لدينا $u_0 = 1 > 0$ و $1 > 0$ يعني أن: $u_0 > 0$ أي الخاصية صحيحة من أجل $n = 0$.

◀ ليكن n من \mathbb{N}

نفترض أن: $u_n > 0$ ونبين أن $u_{n+1} > 0$

$$\text{حسب الافتراض لدينا } u_n > 0 \text{ ومنه: } 8u_n > 0 \text{ وبالتالي } 5 + 8u_n > 0 \text{ أي: } \frac{1}{5 + 8u_n} > 0$$

إذن : $\frac{u_n}{5+8u_n} > 0$ أي : $u_{n+1} > 0$
 حسب مبدأ التراجع لدينا : $u_n > 0 ; \forall n \in \mathbb{N}$
 2. نضع : $v_n = \frac{1}{u_n} + 2$ لكل n من \mathbb{N}

أ- لنبين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=5$.
 ليكن n من \mathbb{N}

$$v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1}} + 2 = \frac{5+8u_n}{u_n} + 2 = \frac{5+8u_n+2u_n}{u_n} = \frac{5(1+2u_n)}{u_n} = 5 \cdot \left(\frac{1}{u_n} + 2 \right) = 5 \cdot v_n$$

إذن : $\forall n \in \mathbb{N} ; v_{n+1} = 5 \cdot v_n$ وبالتالي (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=5$.

♦ لنكتب v_n بدلالة n لكل n من \mathbb{N}

لدينا : (v_n) متتالية هندسية . حسب صيغة الحد العام لدينا : $v_n = v_0 q^n$ لكل n من \mathbb{N} . حيث : $q=5$

$$v_0 = \frac{1}{u_0} + 2 = \frac{1}{1} + 2 = 3$$

وبالتالي : $v_n = 3 \times 5^n$ لكل n من \mathbb{N} (*) .

ب- لنكتب u_n بدلالة n لكل n من \mathbb{N}

$$v_n = \frac{1}{u_n} + 2 \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N} . \text{ ومنه } u_n = \frac{1}{v_n - 2} \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

$$\text{إذن : } u_n = \frac{1}{3 \times 5^n - 2} \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N} . \text{ حسب النتيجة (*) .}$$

♦ حساب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (3 \times 5^n - 2) = +\infty \text{ ومنه : } \lim_{n \rightarrow +\infty} 5^n = +\infty \text{ (لأن } 5 > 1 \text{)}$$

$$\text{وبالتالي : } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$$

التمرين الثالث :

1 . لنحل في المجموعة \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 18z + 82 = 0$.

$$\Delta = (-18)^2 - 4 \times 1 \times 82 = 324 - 328 = -4 = (2i)^2$$

$$\text{إذن للمعادلة المقترحة حلين عقديين مترافقين هما : } z_1 = \frac{18+2i}{2} = 9+i \text{ و } z_2 = \frac{18-2i}{2} = 9-i$$

$$\text{أي : } S_{\mathbb{C}} = \{9-i ; 9+i\}$$

2 . المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) . نعتبر النقط A و B و C التي أحاقها

$$\text{على التوالي } a=9+i \text{ و } b=9-i \text{ و } c=11-i$$

$$\text{أ- لنبين أن : } \frac{c-b}{a-b} = -i$$

$$\cdot \frac{c-b}{a-b} = \frac{11-i-(9-i)}{9+i-(9-i)} = \frac{2}{2i} = \frac{1}{i} = -i \quad \text{لدينا :}$$

♦ الاستنتاج ؛ طبيعة المثلث ABC .

$$\left(\overline{BA}; \overline{BC}\right) \equiv \arg\left(\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right) [2\pi] \quad \text{لدينا :}$$

$$\equiv \arg\left(\frac{c-b}{a-b}\right) [2\pi]$$

$$\equiv \arg(-i) [2\pi]$$

$$\equiv \frac{3\pi}{2} [2\pi] \quad \left(\equiv -\frac{\pi}{2} [2\pi] \right)$$

① إذن : $(BA) \perp (BC)$ أي المثلث ABC قائم الزاوية في B

$$\frac{BC}{BA} = \frac{|c-b|}{|a-b|} = \frac{|c-b|}{|a-b|} = |-i| = 1 \quad \text{ولدينا :}$$

$$\text{② وبالنتالي : } BA = BC \quad \frac{BC}{BA} = 1 \quad \text{ومنه}$$

من ① و ② نستنتج أن : ABC مثلث قائم الزاوية ومتساوي الساقين في B

ب- الشكل المثلث للعدد العقدي $4(1-i)$

تذكير : z : لكل z من \mathbb{C} . حيث : $|z|$ هو معيار العدد العقدي z و $\arg(z) \equiv \theta [2\pi]$

$$z = |z|(\cos\theta + i\sin\theta) \quad \text{لدينا :}$$

$$1-i = \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i\right) = \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right) = \sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right) \quad \text{لدينا :}$$

$$4(1-i) = 4\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right) \quad \text{إذن :}$$

ج- ♦ لنبين أن : $(c-a)(c-b) = 4(1-i)$

$$(c-a)(c-b) = (11-i-9-i)(11-i-9+i) \quad \text{لدينا :}$$

$$= 2(2-2i)$$

$$= 4(1-i)$$

♦ الاستنتاج

$$AC \times BC = |c-a| \times |c-b| \quad \text{لدينا :}$$

$$= |(c-a)(c-b)|$$

$$= |4(1-i)|$$

$$= 4\sqrt{2}$$

د- ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق نقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه B وزاويته $\frac{3\pi}{2}$

♦ لنبين أن : $z' = -iz + 10 + 8i$.

لدينا: R الدوران الذي مركزه $B(9-i)$ وزاويته $\frac{3\pi}{2}$ ويحول M إلى M' .

$$\text{إذن : } z' - z_B = e^{\frac{3\pi}{2}} (z - z_B)$$

$$\text{يعني : } z' = e^{\frac{3\pi}{2}} (z - z_B) + z_B$$

$$z' = e^{\frac{3\pi}{2}} (z - z_B) + z_B \Leftrightarrow z' = \left(\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) \right) (z - 9 + i) + 9 - i$$

$$\Leftrightarrow z' = -i(z - 9 + i) + 9 - i$$

$$\Leftrightarrow z' = -iz + 9i + 1 + 9 - i$$

$$\Leftrightarrow z' = -iz + 10 + 8i$$

وبالتالي : $z' = -iz + 10 + 8i$

♦ تحديد لحق النقطة C' صورة C بالدوران R

$$R(C) = C' \Leftrightarrow z_{C'} = -iz_C + 10 + 8i$$

$$\Leftrightarrow z_{C'} = -i(11 - i) + 10 + 8i$$

$$\Leftrightarrow z_{C'} = -11i - 1 + 10 + 8i$$

$$\Leftrightarrow z_{C'} = 9 - 3i$$

إذن : $z_{C'} = 9 - 3i$ هو لحق النقطة C'

التمرين الرابع :

I . نعتبر الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $g(x) = (1-x)e^x - 1$.

1. أ- حساب $g'(x)$ لكل x من \mathbb{R} .

$$g'(x) = ((1-x)e^x - 1)' = (1-x)' \times e^x + (1-x) \times (e^x)' \quad \text{ليكن } x \text{ من } \mathbb{R} \text{ ؛ لدينا :}$$

$$= -e^x + (1-x)e^x$$

$$= -\cancel{e^x} + \cancel{e^x} - xe^x$$

$$= -xe^x$$

إذن : $\forall x \in \mathbb{R} ; g'(x) = -xe^x$

ب- رتبة الدالة g على كل من المجالين : $]-\infty; 0]$ و $]0; +\infty[$

◀ نعلم أن : $e^x > 0 ; \forall x \in \mathbb{R}$ ؛ إذن إشارة $g'(x)$ هي عكس إشارة x . [لأن : $g'(x) = -xe^x$]

وبالتالي : إذا كان $x \in]0; +\infty[$ فإن $g'(x) \leq 0$. ومنه g دالة تناقصية على المجال $]0; +\infty[$

و إذا كان $x \in]-\infty; 0]$ فإن $g'(x) \geq 0$. ومنه g دالة تزايدية على المجال $]-\infty; 0]$

حساب $g(0)$ ←

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$			
g	-1	$g(0)$	$-\infty$

لدينا : $g(0) = (1-0)e^0 - 1 = 1 - 1 = 0$

2. لنبين أن : $\forall x \in \mathbb{R} ; g(x) \leq 0$

لدينا : جدول تغيرات الدالة g .

g دالة متصلة وتقبل كقيمة قصوية مطلقة على \mathbb{R} عند 0

يعني : $\forall x \in \mathbb{R} ; g(x) \leq g(0)$

أي : $\forall x \in \mathbb{R} ; g(x) \leq 0$ (لأن : $g(0) = 0$)

طريقة 02

لدينا : g تزايدية على : $]-\infty; 0]$ إذن : $\forall x \in]-\infty; 0] ; g(x) \leq g(0)$ (تعريف دالة تزايدية)
ولدينا : g تناقصية على : $]0; +\infty[$ إذن : $\forall x \in]0; +\infty[; g(x) \leq g(0)$ (تعريف دالة تناقصية)

إذن : $\forall x \in \mathbb{R} ; g(x) \leq g(0)$. يعني : $\forall x \in \mathbb{R} ; g(x) \leq 0$ (لأن : $g(0) = 0$) .

II لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $f(x) = (2-x)e^x - x$. وليكن (\mathcal{C}) المنحنى الممثل

للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) ($\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$) .

1. أ- لنبين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.

بما أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2-x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$ فإن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2-x)e^x = (-\infty) \times (+\infty) = -\infty$

ولدينا : $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x) = -\infty$

إذن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} [(2-x)e^x - x] = (-\infty) + (-\infty) = -\infty$

ملاحظة : يمكن أيضا التعميل ب x ثم الحساب

ب- لنبين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$

لدينا : $(2-x)e^x - x = x \left[\left(\frac{2}{x} - 1 \right) e^x - 1 \right]$ ومنه : $\frac{f(x)}{x} = \left(\frac{2}{x} - 1 \right) e^x - 1$

وحيث أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{x} - 1 \right) = -1$

فإن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\left(\frac{2}{x} - 1 \right) e^x - 1 \right] = (-1) \times (+\infty) - 1 = -\infty$

الاستنتاج :

بما أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ فإن (\mathcal{C}) يقبل فرعاً شلجيمياً في اتجاه محور الأرتيب (السالبة) بجوار $+\infty$.

2. أ- حساب النهاية : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

لدينا : $f(x) = 2e^x - xe^x - x$

وحيث أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2e^x = 2 \times \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$

فإن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2e^x - xe^x - x) = 0 - 0 + \infty = +\infty$

أي : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

حساب النهاية : $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x]$

لدينا : $f(x) + x = 2e^x - xe^x - x + x = 2e^x - xe^x$

وحيث أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2e^x = 2 \times \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ فإن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2e^x - xe^x) = 0$

إذن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x] = 0$

ملاحظة :

لدينا : $f(x) + x = (2-x)e^x = -(x-2)e^{x-2} \times e^2$

نضع : $x-2=t$ إذن : $x \rightarrow -\infty \Leftrightarrow t \rightarrow -\infty$

وبالتالي : $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x] = \lim_{x \rightarrow -\infty} [-(x-2)e^{x-2} \times e^2]$

$$= (-e^2) \times \lim_{t \rightarrow -\infty} (te^t)$$

$$= 0$$

ب- لتبين أن : $y = -x$: (D) مقارب مائل.

لدينا : $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - y] = 0$ يعني $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x] = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-x)] = 0$

إذن : المستقيم (D) الذي معادلته : $y = -x$. مقارب مائل للمنحنى (\mathcal{C}) بجوار $-\infty$

3. أ- لتبين أن : $f'(x) = g(x)$ لكل x من \mathbb{R} .

ليكن x من \mathbb{R} .

لدينا : $f'(x) = ((2-x)e^x - x)'$

$$= ((2-x)e^x)' - x'$$

$$= (2-x)'e^x + (2-x)(e^x)' - 1$$

$$= -e^x + (2-x)e^x - 1$$

$$= (1-x)e^x - 1$$

$$= g(x)$$

إذن : $\forall x \in \mathbb{R} ; f'(x) = g(x)$

ب- تأويل النتيجة $f'(0) = 0$.

نعلم أنه إذا كانت دالة f قابلة للاشتقاق في x_0 فإن منحنى الدالة f ؛ يقبل في النقطة ذات الأضلاع x_0 ؛

مماس معامله الموجه $f'(x_0)$ ومعادلته : $(T) : y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$.

* لدينا : f دالة قابلة للاشتقاق في 0 كمجموع وجداء دوال قابلة للاشتقاق في 0

$$* \text{ ولدينا : } f'(0) = g(0) = (1-0)e^0 - 1 = 0$$

إذن المنحنى (C) ؛ يقبل في النقطة $F(0;2)$ مماس معاملته الموجه $f'(0)=0$ أي موازي لمحور الأفاسيل .
 جـ - رتابة الدالة f .

لدينا : $\forall x \in \mathbb{R} ; g(x) \leq 0$ و $\forall x \in \mathbb{R} ; f(x) = g(x)$. إذن : $\forall x \in \mathbb{R} ; f'(x) \leq 0$.
 وبما أن f' تتعدم في نقطة معزولة 0 . فإن الدالة f تناقصية قطعاً على \mathbb{R}
جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	-
f	$+\infty$	2	$-\infty$

4 . لنبين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً α في \mathbb{R} وأن : $\frac{3}{2} < \alpha < 2$

لدينا : f دالة متصلة على \mathbb{R} كمجموع وجداء دوال متصلة على \mathbb{R}
 $u: x \mapsto -x$ متصلة على \mathbb{R} لأنها حدودية
 $v: x \mapsto 2-x$

$w: x \mapsto e^x$ دالة متصلة على \mathbb{R} (.. تعريف الدالة الأسية ..)

$$f = v \times w + u \quad \text{و}$$

ولدينا : f تناقصية قطعاً على \mathbb{R}

$$f(\mathbb{R}) = \left] \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) ; \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \right[=]-\infty ; +\infty[\quad \text{و}$$

$$0 \in]-\infty ; +\infty[\quad \text{و}$$

إذن : حسب مبرهنة القيم الوسيطة يوجد α وحيد في \mathbb{R} بحيث $f(\alpha)=0$
 يعني أن : المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً α في \mathbb{R} .

$$\text{وحيث أن : } f(2) \times f\left(\frac{3}{2}\right) < 0 \quad \text{لأن : } f(2) = -2 < 0 \quad \text{و} \quad f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2} \left(e^{\frac{3}{2}} - 3 \right) > 0$$

فإن : $\frac{3}{2} < \alpha < 2$ (حسب مبرهنة القيم الوسيطة)

5. أ- لنحل في \mathbb{R} المعادلة $f(x)+x=0$

لدينا : $f(x) = (2-x)e^x - x$ و $(D): y = -x$

$$f(x)+x=0 \Leftrightarrow (2-x)e^x - x + x = 0$$

$$\Leftrightarrow (2-x)e^x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2-x=0 \quad \text{أو} \quad \underbrace{e^x=0}_{\text{غير ممكن}}$$

$$\Leftrightarrow x=2$$

إذن مجموعة حلول المعادلة $f(x) + x = 0$ هي: $\{2\}$. (*)

◀ تحديد تقاطع (\mathcal{C}) منحنى الدالة f والمستقيم (D) الذي معادلته $y = -x$.

$$M(x,y) \in (D) \cap (\mathcal{C}) \Leftrightarrow \begin{cases} M \in (D) \\ M \in (\mathcal{C}) \end{cases} \quad \text{لأن } f(x) = -x \text{ : المعادلة}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -x \\ y = f(x) \end{cases}$$

$$f(x) = -x \Leftrightarrow f(x) + x = 0 \quad \text{لدينا :}$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \quad (\text{حسب ماسبق (*)})$$

إذن (\mathcal{C}) و (D) يتقاطعان في النقطة $A(2; -2)$ $f(2) = -2$ أو $(y = -2)$

ب- دراسة إشارة $f(x) + x$ على \mathbb{R}

$$\forall x \in \mathbb{R}; e^x > 0 \quad \text{ونعلم أن:} \quad \forall x \in \mathbb{R}; f(x) + x = (2-x)e^x$$

إذن إشارة $f(x) + x$ هي إشارة $2-x$

$$(**) \quad \forall x \in [2; +\infty[; f(x) + x \leq 0 \quad \text{و} \quad \forall x \in]-\infty; 2]; f(x) + x \geq 0 \quad \text{وبالتالي :}$$

ج- وضع (\mathcal{C}) بالنسبة للمستقيم (D) .

من العلاقة (***) أعلاه نستنتج أن :

$$\diamond (\mathcal{C}) \text{ يوجد فوق المستقيم } (D) \text{ على }]-\infty; 2[$$

$$\diamond (\mathcal{C}) \text{ يوجد تحت المستقيم } (D) \text{ على }]2; +\infty[$$

$$\diamond (\mathcal{C}) \text{ يقطع المستقيم } (D) \text{ في النقطة ذات الألفصول } 2$$

6. أ - تحديد نقط انعطاف المنحنى (\mathcal{C})

ليكن x من \mathbb{R}

$$f''(x) = (f'(x))' \quad \text{لدينا :}$$

$$= g'(x)$$

$$= -xe^x \quad (\text{حسب السؤال I-1-أ})$$

$$\forall x \in \mathbb{R}; f''(x) = -xe^x \quad \text{إذن :}$$

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow -xe^x \geq 0 \quad \text{ولدينا :}$$

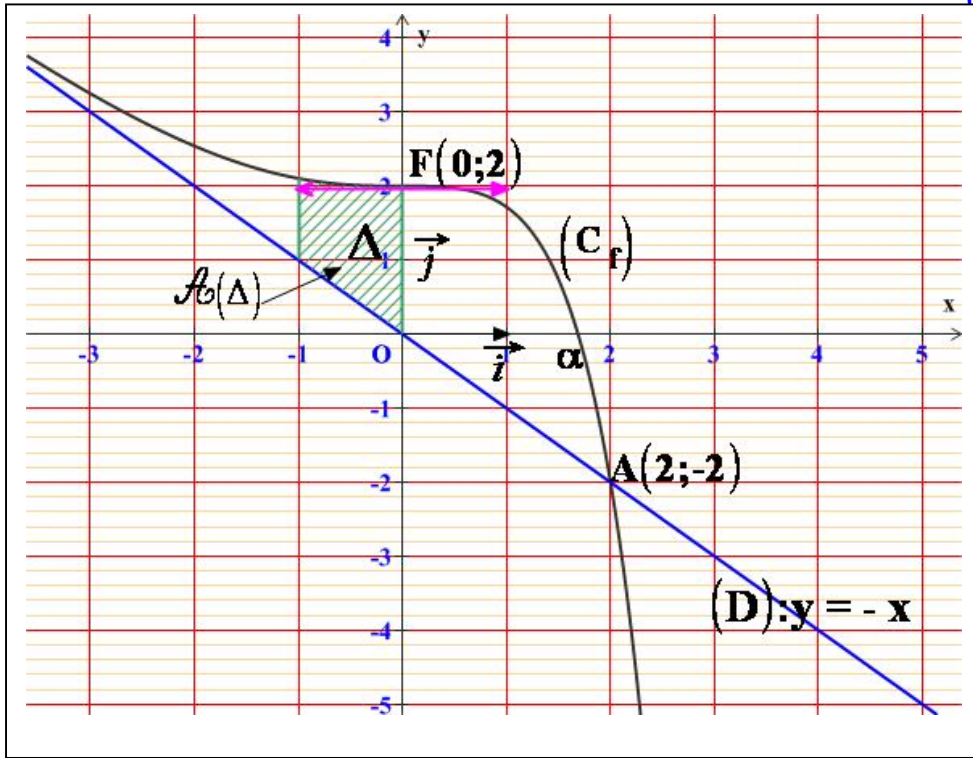
$$\Leftrightarrow -x \geq 0 \quad (e^x > 0 \text{ لأن})$$

$$\Leftrightarrow x \leq 0$$

ومنه : f'' تنعدم وتغير الإشارة في : 0 .

وبالتالي (\mathcal{C}) يقبل نقطة انعطاف وحيدة زوج إحداثياتها هو $(0; 2)$

ب- إنشاء المنحنى (C)

7. أ - حساب التكامل: $\int_{-1}^0 (2-x)e^x dx$

$$\text{نضع : } \begin{cases} u(x) = 2-x \\ v'(x) = e^x \end{cases} \quad \text{إذن : } \begin{cases} u'(x) = -1 \\ v(x) = e^x \end{cases}$$

u و v قابلتين للاشتقاق على $[-1;0]$ بحيث: u' و v' متصلتين على $[-1;0]$

$$\int_{-1}^0 (2-x)e^x dx = [(2-x)e^x]_{-1}^0 - \int_{-1}^0 -e^x dx \quad \text{إذن :}$$

$$= 2 - (3e^{-1}) + [e^x]_{-1}^0$$

$$= 2 - \frac{3}{e} + 1 - \frac{1}{e}$$

$$= 3 - \frac{4}{e}$$

$$\int_{-1}^0 (2-x)e^x dx = 3 - \frac{4}{e} \quad \text{إذن :}$$

ب- مساحة الحيز Δ المحصور بين (C) والمستقيم (D) والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x=0$ و $x=-1$

$$\text{لدينا: } \mathcal{A}(\Delta) = \int_{-1}^0 |f(x) - y| dx \quad \text{بوحددة قياس المساحة}$$

بما أن: (C) يوجد فوق المستقيم (D) على $[-1;0]$.

$$\text{فإن : } |f(x) - y| = |f(x) + x| = f(x) + x = (2-x)e^x$$

وبالتالي : $\mathcal{A}(\Delta) = \int_{-1}^0 (2-x)e^x dx$ بوحددة قياس المساحة.

$$\text{وحسب السؤال أ- : } \mathcal{A}(\Delta) = \left(3 - \frac{4}{e}\right) cm^2$$