



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2012

الصفحة
1
3

7	المعامل	NS22	الرياضيات	المادة
3	مدة الأنجاز	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها		الشعب(ة) أو المسلك

معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير قابلة للبرمجة ،
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ،
- عدد الصفحات: 3 صفحات (الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان)،
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ،
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ،
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

معلومات خاصة

يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها وتوزع حسب المجالات كما يلي :

النقطة الممنوحة	المجال	التمرين
3 ن	الهندسة الفضائية	التمرين الأول
3 ن	الأعداد العقدية	التمرين الثاني
3 ن	حساب الاحتمالات	التمرين الثالث
3 ن	المتتاليات العددية	التمرين الرابع
8 ن	دراسة دالة وحساب تكامل	التمرين الخامس

بالنسبة للتمرين الخامس، ln يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

الموضوع

التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $A(1,1,-1)$ و $B(0,1,-2)$ و $C(3,2,1)$ والفلكة (S) التي معادلتها : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 1 = 0$

(1) بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(1,0,1)$ وأن شعاعها هو $\sqrt{3}$ 0.5

(2) أ- بين أن $\overline{AB} \wedge \overline{AC} = \vec{i} - \vec{k}$ وتحقق من أن $x - z - 2 = 0$ هي معادلة ديكرتية للمستوى (ABC) . 0.75

ب- تحقق من أن $d(\Omega, (ABC)) = \sqrt{2}$ ثم بين المستوى (ABC) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها 1

(3) ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (ABC)

أ - بين أن : $(t \in \mathbb{R})$ تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) . 0.25

ب - بين أن مثلث إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمستوى (ABC) هو $(2,0,0)$. 0.25

ج- استنتج مركز الدائرة (Γ) 0.25

التمرين الثاني : (3 ن)

(1) حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 12z + 61 = 0$ 0.75

(2) نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقط A و B و C التي

الحاقها على التوالي هي a و b و c بحيث : $a = 6 - 5i$ و $b = 4 - 2i$ و $c = 2 + i$

أ - احسب $\frac{a-c}{b-c}$ واستنتج أن النقط A و B و C مستقيمية. 0.5

ب - نعتبر الإزاحة T ذات المتجهة \vec{u} حيث لحق \vec{u} هو $1 + 5i$ تحقق من أن لحق النقطة D صورة النقطة C بالإزاحة T هو $d = 3 + 6i$ 0.5

ج - بين أن : $\frac{d-c}{b-c} = -1 + i$ وأن $\frac{3\pi}{4}$ عمدة للعدد العقدي $-1 + i$ 0.75

د - استنتج قياسا للزاوية الموجهة $(\overline{CB}, \overline{CD})$ 0.5

التمرين الثالث : (3 ن)

يحتوي كيس على ثماني بيدات : بيدة واحدة تحمل العدد 0 وخمس بيدات تحمل العدد 1 وبيدتان تحملان العدد 2 (لا يمكن التمييز بين البيدات باللمس)

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بيدات من الكيس .

(1) ليكن A الحدث : " الحصول على ثلاث بيدات تحمل أعدادا مختلفة مثني مثني " 1

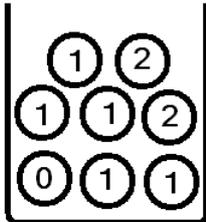
بين أن : $p(A) = \frac{5}{28}$

(2) ليكن B الحدث : " مجموع الأعداد التي تحملها البيدات المسحوبة يساوي 5 " 1

بين أن : $p(B) = \frac{5}{56}$

(3) ليكن C الحدث : " مجموع الأعداد التي تحملها البيدات المسحوبة يساوي 4 " 1

بين أن : $p(C) = \frac{3}{8}$



التمرين الرابع : (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 11$ و $u_{n+1} = \frac{10}{11}u_n + \frac{12}{11}$ لكل n من IN .

- (1) تحقق من أن $u_{n+1} - 12 = \frac{10}{11}(u_n - 12)$ لكل n من IN . 0.25
- (2) أ- بين بالترجع أن : $u_n < 12$ لكل n من IN . 0.5
 ب- بين أن المتتالية (u_n) تزايدية قطعا 0.5
 ج- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة . 0.25
- (3) لتكن المتتالية العددية بحيث : $v_n = u_n - 12$ لكل n من IN . 0.75
- أ - باستعمال السؤال (1) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{10}{11}$ ثم أكتب (v_n) بدلالة n . 0.75
- ب - بين أن : $u_n = 12 - \left(\frac{10}{11}\right)^n$ لكل n من IN ثم احسب نهاية المتتالية (u_n) . 0.75

التمرين الخامس : (8 ن)

- I. لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x^2 - 1 + 2x^2 \ln x$ 0.75
- (1) بين أن $x^2 - 1$ و $2x^2 \ln x$ لهما نفس الإشارة على المجال $]0, 1[$ ثم استنتج أن $g(x) \leq 0$ لكل x من المجال $]0, 1[$ 0.75
- (2) بين أن $x^2 - 1$ و $2x^2 \ln x$ لهما نفس الإشارة على المجال $]1, +\infty[$ ثم استنتج أن $g(x) \geq 0$ لكل x من المجال $]1, +\infty[$ 0.75
- II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على بمايلي : $f(x) = (x^2 - 1) \ln(x)$ 0.5
- و (C) المنحنى الممثل للدالة في معلم متعامد ممنظم (o, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة 3 cm) .
- (1) أ - بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ وأول هذه النتيجة هندسيا 0.5

ب - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ (يمكنك كتابة $\frac{f(x)}{x}$ على الشكل $\left(\frac{x^2-1}{x}\right) \ln x$) 1

واستنتج أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجيميا بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه.

(2) أ - بين أن $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ لكل x من $]0, +\infty[$ وأول هندسيا النتيجة $f'(1) = 0$ 1.25

ب - استنتج أن الدالة f تناقصية على المجال $]0, 1[$ وتزايدية على المجال $]1, +\infty[$ 0.5

ج - اعط جدول تغيرات الدالة f على المجال ثم بين أن $f(x) \geq 0$ لكل x من $]0, +\infty[$ 0.5

(3) أنشئ (C) في المعلم (o, \vec{i}, \vec{j}) 1

(4) أ- بين أن $u : x \mapsto \frac{x^3}{3} - x$ دالة أصلية للدالة $x \mapsto x^2 - 1$ على IR 0.5

ب- باستعمال كاملة بالأجزاء بين أن : $\int_1^2 (x^2 - 1) \ln x \, dx = \frac{2}{9}(1 + 3 \ln 2)$ 1

ج- احسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفصيل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = 2$ 0.25