ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ ⴰⵣⵣⵓⵍⴰⵏ

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات
والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2015
- الموضوع -

NS 22

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	المعامل	7

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	3 نقط
المسألة	دراسة دالة عددية وحساب التكامل والمتتاليات العددية	11 نقط

- بالنسبة للمسألة ، $\ln$ يرمز للوغاريتم النبيري

التمرين الأول (3 ن) :

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، المستوى (P) الذي معادلته $x+y+z+4=0$

و الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1,-1,-1)$ و شعاعها $\sqrt{3}$

0.75 | 1- أ) احسب المسافة $d\left(\Omega,(P)\right)$ و استنتج أن المستوى (P) مماس للفلكة (S)

0.5 | ب) تحقق من أن النقطة $H(0,-2,-2)$ هي نقطة تماس المستوى (P) و الفلكة (S)

2- نعتبر النقطتين $A(2,1,1)$ و $B(1,0,1)$

0.75 | أ) تحقق من أن $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}=\vec{i}-\vec{j}-\vec{k}$ و استنتج أن $x-y-z=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (OAB)

0.5 | ب) حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من Ω و العمودي على المستوى (OAB)

0.5 | ج) حدد مثلوث إحداثيات كل نقطة من نقطتي تقاطع المستقيم (Δ) و الفلكة (S)

التمرين الثاني (3 ن) :

0.75 | 1- حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2+10z+26=0$

2- نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{e_1},\vec{e_2}\right)$، النقط A و B و C و Ω التي ألحاقها على التوالي هي a و b و c و ω بحيث : $a=-2+2i$ و $b=-5+i$ و $c=-5-i$ و $\omega=-3$

0.5 | أ) بين أن $\dfrac{b-\omega}{a-\omega}=i$

0.5 | ب) استنتج طبيعة المثلث ΩAB

3- لتكن النقطة D صورة النقطة C بالإزاحة T ذات المتجهة $\vec{u}$ التي لحقها $6+4i$

0.5 | أ) بين أن اللحق d للنقطة D هو $1+3i$

0.75 | ب) بين أن : $\dfrac{b-d}{a-d}=2$ و استنتج أن النقطة A هي منتصف القطعة $[BD]$

التمرين الثالث (3 ن) :

يحتوي صندوق على ثماني كرات: 3 كرات حمراء و 3 كرات خضراء و كرتان بيضاوان (لا يمكن التمييز بينها باللمس)
نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون إحلال كرتين من الصندوق .

1.5 | 1) نعتبر الحدث A التالي : " الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأقل " .

و الحدث B التالي : " الحصول على كرتين من نفس اللون " .

بين أن $p(A)=\dfrac{13}{28}$ و $p(B)=\dfrac{1}{4}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات البيضاء المسحوبة .

0.5 | أ) بين أن $p(X=2)=\dfrac{1}{28}$

1 | ب) حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X و احسب الأمل الرياضي $E(X)$

B

المسألة (11 ن)

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $I\!R$ بما يلي : $g(x)=e^x-2x$

1) احسب $g'(x)$ لكل x من $I\!R$ ثم استنتج أن g تناقصية على $]-\infty,\ln 2]$ و تزايدية على $[\ln 2,+\infty[$	0.75
2) تحقق من أن $g(\ln 2)=2(1-\ln 2)$ ثم حدد إشارة $g(\ln 2)$	0.5
3) استنتج أن $g(x)>0$ لكل x من $I\!R$	0.5

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $I\!R$ بما يلي : $f(x)=\dfrac{x}{e^x-2x}$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة $1cm$)

1) أ) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\dfrac{1}{2}$ (لاحظ أن $e^x-2x=x\left(\dfrac{e^x}{x}-2\right)$ لكل x من $I\!R^*$)	1
ب) أول هندسيا كل نتيجة من النتيجتين السابقتين .	0.5
2) أ) بين أن $f'(x)=\dfrac{(1-x)e^x}{\left(e^x-2x\right)^2}$ لكل x من $I\!R$	0.75
ب) ادرس إشارة $f'(x)$ على $I\!R$ ثم أعط جدول تغيرات الدالة f على $I\!R$	0.75
ج) بين أن $y=x$ هي معادلة للمستقيم (T) المماس للمنحنى (C) في النقطة O أصل المعلم .	0.25
3) أنشئ، في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$، المستقيم (T) والمنحنى (C) (نأخذ $\dfrac{1}{e-2}\approx 1,4$ و نقبل أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف أفصول إحداهما ينتمي إلى المجال $]0,1[$ و أفصول الأخرى أكبر من $\dfrac{3}{2}$)	1
4) أ- بين أن $xe^{-x}\leq\dfrac{x}{e^x-2x}\leq\dfrac{1}{e-2}$ لكل x من المجال $[0,+\infty[$	0.75
ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن $\int_0^1 xe^{-x}dx=1-\dfrac{2}{e}$	0.75
ج- لتكن : $A(E)$ مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=0$ و $x=1$ ب cm^2 ، بين أن $1-\dfrac{2}{e}\leq A(E)\leq\dfrac{1}{e-2}$	0.5

III- لتكن h الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty,0]$ بما يلي : $h(x)=f(x)$

1) بين أن الدالة h تقبل دالة عكسية h^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده .	0.5
2) أنشئ ، في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ ، المنحنى $(C_{h^{-1}})$ الممثل للدالة h^{-1}	0.5

IV- لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0=-2$ و $u_{n+1}=h(u_n)$ لكل n من $I\!N$

1) بين بالترجع أن $u_n\leq 0$ لكل n من $I\!N$	0.5
2) بين أن المتتالية (u_n) تزايدية (يمكنك ملاحظة ، مبيانيا ، أن $h(x)\geq x$ لكل x من المجال $]-\infty,0]$)	0.75
3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و حدد نهايتها .	0.75