الدورة العادية 2015

I-

1) $g(x) = e^x - 2x \quad ; x \in \mathbb{R}$

لدينا $\forall x \in \mathbb{R}$:

$g'(x) = e^x - 2$

$* \; g'(x) \geq 0 \iff e^x - 2 \geq 0$
$\iff e^x \geq 2$
$\iff x \geq \ln 2 \iff x \in [\ln 2 ; +\infty[$

إذن: $g'(x) \leq 0 \iff x \leq \ln 2$
$\iff x \in]-\infty, \ln 2]$

ومنه: g تناقصية على $]-\infty, \ln 2]$
g تزايدية على $[\ln 2, +\infty[$

2) $g(\ln 2) = e^{\ln 2} - 2\ln 2$
$= 2 - 2\ln 2 = 2(1 - \ln 2)$

$$\boxed{g(\ln 2) = 2(1 - \ln 2)}$$

* إشارة $g(\ln 2)$:

غير مقبول هنا استعمال الآلة الحاسبة

لدينا: $g(\ln 2) = 2(1 - \ln 2)$

لدينا: $1 - \ln 2 = \ln(e) - \ln(2)$

بما أن: $e > 2 \quad (e \simeq 2,7)$

فإن: $\ln(e) > \ln 2$

$\Rightarrow 1 - \ln 2 > 0$

ومنه: $\boxed{g(\ln 2) > 0}$

3) هذا النوع من الأسئلة دائما نستعين فيه بجدول تغيرات الدالة g، سنرسمه رغم أنه غير مطلوب

x	$-\infty$		$\ln 2$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$		$+$	
g		↘	$g(\ln 2)$	↗	

بما أن $g(\ln 2)$ قيمة دنيا مطلقة للدالة g على $\mathbb{R}$، فإن: $\forall x \in \mathbb{R}$ لدينا: $g(x) \geq g(\ln 2)$

ولدينا $g(\ln 2) > 0$ إذن $\forall x \in \mathbb{R}, \; g(x) > 0$

II-

$f(x) = \dfrac{x}{e^x - 2x} \quad ; x \in \mathbb{R}$

1) أ-

$* \; \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x}{e^x - 2x}$

$= \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x}{x\left(\frac{e^x}{x} - 2\right)} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{\frac{e^x}{x} - 2}$

إذن: $\boxed{\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0}$

لأن: $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$

$\Rightarrow \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{\frac{e^x}{x} - 2} = 0$

تنبيه: الكثير منا اللاعبين يستعملون هذه الكتابة: $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{\frac{e^x}{x} - 2} = \text{“} \dfrac{1}{+\infty} \text{”} = 0$

لا تستعملوا هذه الكتابة لأنها غير مقبولة في الامتحانات، ولإنها ذكر البرهان على النتيجة كما في طريقة الإجابة على السؤال السابقة

$* \; \lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1}{\frac{e^x}{x} - 2} = \dfrac{-1}{2}$

لأن: $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{e^x}{x} = 0$

$\Rightarrow \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1}{\frac{e^x}{x} - 2} = \dfrac{-1}{2}$

$$\boxed{\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \dfrac{-1}{2}}$$

$$f(x) = \frac{(1-x)e^{x}}{(e^{x}-2x)^{2}} \quad , x \in \mathbb{R}$$

ب- إشارة $f'(x)$ هي نفس إشارة $(1-x)$ على $\mathbb{R}$

لأن: $\forall x \in \mathbb{R}, \ e^{x} > 0$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$-x+1$		$+$	0	$-$	

a هو -1 . عكس إشارة a . نفس إشارة a

إذن:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
f	$\frac{-1}{2}$	$\nearrow$	$f(1)$	$\searrow$	0

$$f(1) = \frac{1}{e-2}$$

ب- لدينا: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ *

إذن المستقيم ذو المعادلة $y=0$ (محور الأفاصيل) مقارب أفقي لـ (C_f) بجوار $+\infty$.

لدينا: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \frac{-1}{2}$ *

إذن المستقيم ذو المعادلة $y = \frac{-1}{2}$ مقارب أفقي لـ (C_f) بجوار $-\infty$.

ج- 2- $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = \left(\frac{x}{e^{x}-2x}\right)' = \frac{x(e^{x}-2x) - x(e^{x}-2x)'}{(e^{x}-2x)^{2}}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'.v - u.v'}{v^{2}}$$

$$= \frac{e^{x}-2x - xe^{x} + 2x}{(e^{x}-2x)^{2}}$$

4- أ- توضيح: للإجابة على مثل هذه الأسئلة يبتغي الدقة في الملاحظة

المطلوب: أن نبين أن: $xe^{-x} \leq \frac{x}{e^{x}-2x} \leq \frac{1}{e-2}$

يعني أن نبين: $\underbrace{\frac{x}{e^{x}} \leq \overbrace{f(x) \leq f(1)}^{1}}_{2}$

نبين ①: لدينا من خلال جدول تغيرات الدالة f: $f(1)$ قيمة قصوى مطلقة على $\mathbb{R}$ إذن: $\{\forall x \in]-\infty, +\infty[, \ f(x) \leq f(1)\}$

نبين ②: يعني $\frac{x}{e^{x}} \leq \frac{x}{e^{x}-2x}$

لدينا لكل x من $[0, +\infty[$: $-2x \leq 0 \Rightarrow e^{x}-2x \leq e^{x}+0$

إذن:

$$\frac{1}{e^{x}} \leq \frac{1}{e^{x}-2x}$$

ومنه: $\boxed{\frac{x}{e^{x}} \leq \frac{x}{e^{x}-2x}}$ (لأن x موجب) (نضرب الطرفين في x).

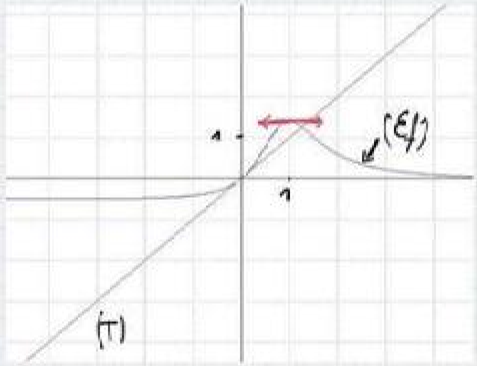
ج- معادلة المماس في 0 هي:

$$(T) : y = f'(0)(x-0) + f(0)$$

مع: $f(0) = 0$ و $f'(0) = \frac{(1-0)e^{0}}{(e^{0}-0)^{2}} = 1$

إذن $y = x$ هي معادلة (T).

3-



ومنه : $\forall x\in[0,+\infty[:\ xe^{-x} \leqslant \frac{x}{e^x-2x} \leqslant \frac{1}{e-2}$

ج)

$I=\int_0^1 x e^{-x}\,dx$

نضع:

$\begin{cases} u'(x)=e^{-x} \\ v(x)=x \end{cases} \quad \begin{cases} u(x)=-e^{-x} \\ v'(x)=1 \end{cases}$

إذن:

$I=\underbrace{\left[-xe^{-x}\right]_0^1}_{1} - \int_0^1 \underbrace{1\times(-e^{-x})}_{2}\,dx$

$I=-e^{-1}+0-\left[e^{-x}\right]_0^1$

$=\frac{-1}{e}-\left(e^{-1}-e^{0}\right)$

$=\frac{-1}{e}-\frac{1}{e}+1 \Rightarrow \boxed{I=1-\frac{2}{e}}$

ح) لدينا:

$A(E)=\int_0^1 |f(x)|\,dx\ u.a=\int_0^1 \left|\frac{x}{e^x-2x}\right| dx\ u.a$

من خلال منحنى الدالة f : في المجال [0,1] (Cf) يوجد فوق المحور الأفاصيل، إذن

$\forall x\in[0,1],\ f(x)\geqslant 0 \Rightarrow |f(x)|=f(x)$

إذن: $A(E)=\int_0^1 \frac{x}{e^x-2x}\,dx\ u.a$

لدينا من خلال السؤال 4-أ) :

$xe^{-x} \leqslant \frac{x}{e^x-2x} \leqslant \frac{1}{e-2}$

إذن: $\int_0^1 xe^{-x}\,dx \leqslant \int_0^1 \frac{x}{e^x-2x}\,dx \leqslant \int_0^1 \frac{1}{e-2}\,dx$

$\Rightarrow 1-\frac{2}{e} \leqslant A(E) \leqslant \frac{1}{e-2}\int_0^1 dx$

لأن $\frac{1}{e-2}=cte$

$\int_0^1 dx=\int_0^1 1.dx=[x]_0^1=1-0=1$

ومنه: $\boxed{1-\frac{2}{e} \leqslant A(E) \leqslant \frac{1}{e-2}}$

III) $h(x)=f(x)\ ;\ x\in]-\infty,0]=I$

1) h دالة متصلة على I :

• $x\mapsto x$ دالة متصلة على I لأنها دالة حدودية

$x\mapsto e^x$ متصلة على I ($I\subset\mathbb{R}$)

إذن $x\mapsto e^x-2x$ متصلة على I (فرق دالتين متصلتين)

وبما أن $D_f=\mathbb{R}$ (حسب معطيات التمرين)

فإن $x\mapsto e^x-2x$ لا تنعدم على $\mathbb{R}$ وبالخصوص على I

أي $\forall x\in I\ ,\ e^x-2x\neq 0$

ومنه h دالة متصلة على I (خارج دالتين متصلتين).

h رتيبة قطعا على I :

لدينا f تزايدية قطعا على $]-\infty,0]=I$

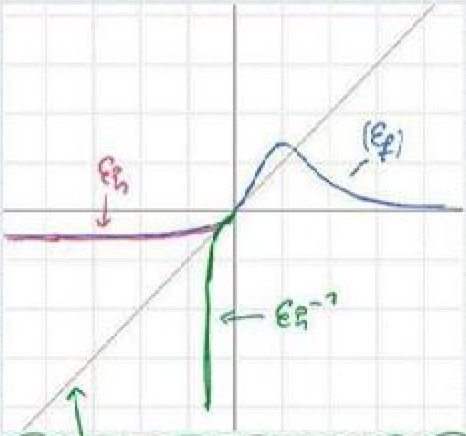
إذن h تزايدية قطعا على I .

وبالتالي h تقبل دالة عكسية h^{-1} معرفة على مجال J بحيث:

$J=h(I)=h(]-\infty,0])=]\lim_{x\to-\infty}h(x);h(0)]$

$\boxed{J=]\frac{-1}{2},0]}$

2)



* $(\mathcal{C}_{h^{-1}})$ هو مماثل $(\mathcal{C}_h)$ بالنسبة للمنصف الأول
* $(\mathcal{C}_h)$ هو $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $]-\infty, 0]$.

IV

$u_0 = -2$ ، $u_{n+1} = h(u_n)$ ، $n \in \mathbb{N}$.

1) من أجل $n=0$ ، $u_0 = -2 \leq 0$

، ليكن n من $\mathbb{N}$: نفترض أن $u_n \leq 0$
نبين أن : $u_{n+1} \leq 0$

← لدينا : حسب افتراض التراجع : $u_n \leq 0$
ولدينا : $u_{n+1} = h(u_n)$

مبيانيا نلاحظ أن $(\mathcal{C}_h)$ يوجد تحت محور الأفاصيل على $]-\infty, 0]$

إذن : $h(x) \leq 0$ ، $\forall x \leq 0$
وبما أن $u_n \leq 0$ فإن $u_{n+1} = h(u_n) \leq 0$

ومنه : حسب مبرهنة الترجع فإن :
$\forall n \in \mathbb{N}$; $u_n \leq 0$

2) لدينا لكل n من $\mathbb{N}$:
$u_{n+1} - u_n = h(u_n) - u_n$

نلاحظ من خلال المبيان أن $(\mathcal{C}_h)$ يوجد فوق المستقيم $(T): y = x$ على المجال $]-\infty, 0]$

إذن ، $\forall x \in]-\infty, 0]$: $h(x) \geq x$

وبما أن $u_n \leq 0$ يعني $u_n \in]-\infty, 0]$

فإن ، $h(u_n) \geq u_n \Rightarrow h(u_n) - u_n \geq 0$

ومنه : (u_n) متتالية تزايدية .

3) بما أن (u_n) تزايدية ومكبورة بـ 0 إذن فهي متقاربة .

ولدينا ؛ • h متصلة على $I =]-\infty, 0]$
• h تزايدية قطعا على I

• و $h(I) = J =]\frac{-1}{2}, 0] \subset I$

يعني $h(I) \subset I$

إذن نهاية (u_n) هي حل المعادلة $h(x) = x$ في المجال $]-\infty, 0]$.

نبحث عن حلول المعادلة $h(x) = x$ مبيانيا وهو الأسهل في هذه الحالة

حلول المعادلة $h(x) = x$ هي أفاصيل نقط تقاطع $(\mathcal{C}_h)$ و (T) في المجال $]-\infty, 0]$

نلاحظ مبيانيا أن $\mathcal{C}_h$ و (T) يتقاطعان في نقطة وحيدة أفصولها 0 (أصل المعلم)

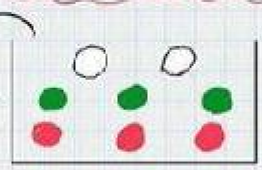
إذن : $x \in]-\infty, 0]$;
$h(x) = x \iff x = 0$

ومنه :

$$\boxed{\lim_{n \to +\infty} u_n = 0}$$

التمرين الثالث " الإحتمال ".

$p=2$



$n=8$

بالترتيب وبدون إرجاع

A_n^p

1) لدينا ترتيبة بدون تكرار لعنصرين من بين 8 عناصر إذن:

$$\text{Card}\,\Omega = A_8^2 = 8\times7 = 56$$

A : " كرة بيضاء واحدة على الأقل "

يمكن الإجابة بطريقتين : إما استعمال الحدث المضاد ، أو توضيح الحدث A والحساب مباشرة.

ط 1 : الحدث المضاد :

$\bar{A}$: " عدم الحصول على أية كرة بيضاء "

يعني : $\bar{A}$: " نختار كرتين من بين 6 كرات المتبقية "

$$p(\bar{A}) = \frac{\text{Card}\,\bar{A}}{\text{Card}\,\Omega} = \frac{A_6^2}{56} = \frac{6\times5}{56} = \frac{15}{28}$$

ومنه :

$$p(A) = 1 - p(\bar{A}) = 1 - \frac{15}{28} = \frac{28-15}{28}$$

$$\boxed{p(A) = \frac{13}{28}}$$

ط 2 : توضيح الحدث A :

A يعني الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأقل

← يعني A : كرة واحدة بيضاء وكرة من لون آخر أو كرتين بيضاوين .

A : " ($1B$ et $1X$) أو $2B$ " ($X = R$ ou V)

$$p(A) = \frac{\text{Card}\,A}{\text{Card}\,\Omega} = \frac{A_2^1\times A_2^1\times A_6^1 + A_2^2}{56}$$

$$= \frac{2\times2\times6+2}{56} \Rightarrow \boxed{p(A) = \frac{13}{28}}$$

!! A_2^1 : من أجل الترتيب !!

X : ق B : أو

B : " كرتين من نفس اللون "

توضيح الحدث B :

B : " $2B$ أو $2R$ أو $2V$ "

$$p(B) = \frac{\text{Card}\,B}{\text{Card}\,\Omega} = \frac{A_2^2 + A_3^2 + A_3^2}{56}$$

$$= \frac{2+6+6}{56} = \frac{14}{56} \Rightarrow \boxed{p(B) = \frac{1}{4}}$$

2) أ. $X=2$: يعني عدد الكرات البيضاء المسحوبة هو 2 :

$$p(X=2) = \frac{A_2^2}{\text{Card}\,\Omega} = \frac{2}{56} = \frac{1}{28}$$

$$\boxed{p(X=2) = \frac{1}{28}}$$

ب. تحديد القيم الأخرى التي يأخذها X :

* يمكن عدم سحب أية كرة بيضاء يعني $X=0$
* يمكن سحب كرة بيضاء وكرة من لون آخر : $X=1$
* يمكن سحب كرتين بيضاوين : $X=2$

إذن :

$$X(\Omega) = \{0 ; 1 ; 2\}$$

* $X=0$: " عدم سحب أية كرة بيضاء " يعني هو الحدث $\bar{A}$.

إذن :

$$p(X=0) = p(\bar{A}) = \frac{15}{28}$$ (حسب السؤال 1)

من لم يستعمل الحدث المضاد في س 1 . يمكنه استعمال العلاقة $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$

* $X=1$: " سحب كرة بيضاء وكرة من لون آخر "

تنبيه : لا تدخل في تفاصيل هذا اللون الآخر لأن ما يهمنا الآن هو التركيز على اللون الأبيض ، يعني لا تكتب :

" كرة بيضاء و (كرة حمراء أو خضراء) "

أو " (كرة بيضاء وكرة حمراء) أو (كرة بيضاء وكرة خضراء) "

لأن هذه الكتابات ستعقد الحساب بشكل كبير .

$X=1$: كرة بيضاء وكرة من لون آخر

$$p(X=1) = \frac{A_2^1 \times A_2^1 \times A_6^1}{56} = \frac{2\times 2\times 6}{56}$$

$$\boxed{p(X=1) = \frac{3}{7}}$$

ج-

x_i	0	1	2	
$p(X=x_i)$	$\frac{15}{28}$ $\left(=\frac{30}{56}\right)$	$\frac{3}{7}$ $\left(=\frac{24}{56}\right)$	$\frac{1}{28}$ $\left(=\frac{2}{56}\right)$	المجموع $=\frac{56}{56}=1$

الأمل الرياضي :

$$E(X) = 0\times\frac{15}{28} + 1\times\frac{3}{7} + 2\times\frac{1}{28}$$

$$= \frac{3}{7} + \frac{1}{14} = \frac{7}{14}$$

$$\boxed{E(X) = \frac{1}{2}}$$

التمرين الثاني : الأعداد العقدية

-1 $z^2+10z+26=0$ $\quad a=1 ; b=10 ; c=26$

$\Delta = 10^2 - 4\times 1\times 26$

$= 100-104 = -4$

$\Delta = (2i)^2$

إذن المعادلة تقبل حلان وحيدان مترافقان هما :

$$z_1 = \frac{-10-2i}{2}$$

$z_1 = -5-i \Rightarrow z_2 = -5+i$

ومنه : $\boxed{S_{\mathbb{C}} = \{-5-i \,;\, -5+i\}}$

2) أ- $a=-2+2i$ $\quad b=-5+i$ $\quad \omega=-3$

إذن :

$$\frac{b-\omega}{a-\omega} = \frac{-5+i+3}{-2+2i+3} = \frac{-2+i}{1+2i}$$

$$= \frac{-2+i}{i(1+2i)} \cdot i$$

توضيح :

عندما تكون النتيجة المطلوب الوصول إليها في الأخير هي i أو $-i$، نقوم بضرب البسط والمقام في i و نحسب ما في المقام

$$= \frac{-2+i}{i-2} \cdot i = \frac{\cancel{-2+i}}{\cancel{-2+i}} \cdot i$$

إذن :

$$\boxed{\frac{b-\omega}{a-\omega} = i}$$

ب- لدينا إذن : $\left|\frac{b-\omega}{a-\omega}\right| = |i| = 1$

$\Rightarrow \frac{|b-\omega|}{|a-\omega|} = 1 \Rightarrow \frac{\Omega B}{\Omega A} = 1$

$\Rightarrow \boxed{\Omega B = \Omega A}$

ولدينا : $(\overline{\Omega A}, \overline{\Omega B}) \equiv \arg\left(\frac{b-\omega}{a-\omega}\right) \equiv \arg(i)$

$\equiv \frac{\pi}{2} \; [2\pi]$

ومنه فإن المثلث ΩAB متساوي الساقين وقائم الزاوية في Ω.

3) أ- لدينا: $T(C) = D$

إذن: $z_d = z_c + z_{\vec{u}}$

$\Rightarrow d = c + 6 + 4i = -5 - i + 6 + 4i$

$$\boxed{d = 1 + 3i}$$

ب- $\frac{b-d}{a-d} = \frac{-5+i-1-3i}{-2+2i-1-3i} = \frac{-6-2i}{-3-i}$

$= \frac{2(\cancel{-3-i})}{\cancel{-3-i}} = 2$

$$\boxed{\frac{b-d}{a-d} = 2}$$

لدينا إذن،

$b - d = 2(a-d)$

مع: $b - d = aff(\vec{DB})$ و $a - d = \vec{DA}$

ومنه، $\vec{DB} = 2\vec{DA}$

ومنه A منتصف القطعة [BD].

إجابة غير كاملة:

$(b-d) = 2(a-d)$

$\Rightarrow |b-d| = 2|a-d|$

$\Rightarrow BD = 2AD$

$\not\Rightarrow$ A منتصف [BD]

هذه الإجابة ناقصة لأنه ممكن هذه الحالة:

في الرسم لدينا $BD = 2AD$ ولكن A ليست منتصف [BD] لأنه لم نستعمل الأشعة (المتجهات).

التمرين الأول: الهندسة الفضائية.

1- أ- $d(\Omega,(P)) = \frac{|1+(-1)+(-1)+4|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \frac{3}{\sqrt{3}}$

$$\boxed{d(\Omega,(P)) = \sqrt{3} = R}$$

ومنه، المستوي (P) مماس للكرة (S).

ب- الطريقة التي يعرفها الجميع لتحديد إحداثيات النقطة H هي: تحديد تمثيل وسيطي للمستقيم (ΩH) وتعويضه في معادلة (P).

لكن في هذا السؤال إحداثيات H معروفة ويجب فقط أن نتحقق منها. إذن نستعمل طريقة سهلة:

$H \in (P)$؟ نعوض إحداثيات H في معادلة (P)

$0 + (-2) + (-2) + 4 = -4 + 4 = 0$

إذن $\boxed{H \in (P)}$

$H \in (S)$؟ نحسب المسافة ΩH:

$\vec{\Omega H}\begin{pmatrix}-1\\-1\\-1\end{pmatrix}$

إذن: $\Omega H = \|\vec{\Omega H}\| = \sqrt{(-1)^2+(-1)^2+(-1)^2}$

$$\boxed{\Omega H = \sqrt{3} = R}$$

إذن: $\boxed{H \in (S)}$

إذن: $H \in (P) \cap (S)$

ومنه H هي نقطة تماس (P) و (S) حيث $H(0,-2,-2)$

2- أ- $\vec{OA}\begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix}$ $\vec{OB}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$

تكتب في ورقة الوسخ:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & \vec{i} \\ 1 & 0 & \vec{j} \\ 1 & 1 & \vec{k} \end{vmatrix}$$

د- بما أن (Δ) عمودي على المستوى (OAB) فإن $\vec{n}$ المنظمية على (OAB) هي متجهة موجهة لـ (Δ) ، ولدينا $\Omega \in (\Delta)$

$$\boxed{(\Delta) : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = -1 - t \end{cases} \quad / t \in \mathbb{R}}$$

ج- لتحديد تقاطع مستقيم مع فلكة نعوض التمثيل البارامتري للمستقيم في معادلة الفلكة

(S) مركزها $\Omega(1;-1;-1)$ وشعاعها $R=\sqrt{3}$ إذن :

$$S : (x-1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2 = \sqrt{3}^2 = 3$$

$$F\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in (\Delta) \cap (S) \iff \begin{cases} \exists t \in \mathbb{R} / \begin{cases} x = 1+t \\ y = -1-t \\ z = -1-t \end{cases} \\ (x-1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2 = 3 \end{cases}$$

إذن :

$$\vec{OA} \wedge \vec{OB} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \vec{k}$$

$$= (1-0)\vec{i} - (2-1)\vec{j} + (0-1)\vec{k}$$

$$\boxed{\vec{OA} \wedge \vec{OB} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}}$$

بما أن $\vec{OA} \wedge \vec{OB} \neq \vec{0}$ فإن (OAB) مستوى يمر من O و $\vec{n} = \vec{OA} \wedge \vec{OB} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ منظمية عليه إذن :

$$(OAB) : 1 \times x + (-1) \cdot y + (-1) \cdot z + d = 0$$

$$: x - y - z + d = 0$$

$$O \in (OAB) \Rightarrow 0 - 0 - 0 + d = 0$$

$$\Rightarrow d = 0$$

إذن :

$$\boxed{(OAB) : x - y - z = 0}$$

إذن :

$$(1+t-1)^2 + (-1-t+1)^2 + (-1-t+1)^2 = 3$$

$$\Rightarrow t^2 + t^2 + t^2 = 3 \Rightarrow 3t^2 = 3$$

$$\Rightarrow t^2 = 1$$

$$\Rightarrow t_1 = 1 \quad , \quad t_2 = -1$$

إذن (Δ) يقطع الفلكة (S) في نقطتين

$$F_1\begin{pmatrix} x = 1+t_1 \\ y = -1-t_1 \\ z = -1-t_1 \end{pmatrix} \longrightarrow F_1\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$F_2\begin{pmatrix} x = 1+t_2 \\ y = -1-t_2 \\ z = -1-t_2 \end{pmatrix} \longrightarrow F_2\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$