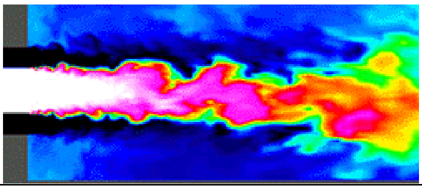
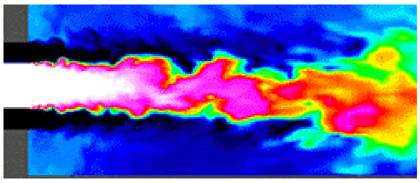


Exercices de Mécanique des Fluides

Terminale STL PLPI



Relation de continuité :

1- De l'eau s'écoule dans une conduite de 30,0 cm de diamètre à la vitesse de 0,50 $m.s^{-1}$. Calculer le débit-volume en $m^3.s^{-1}$ et L/min ; donner la valeur numérique du débit-masse.

2- Dans une conduite de 30,0 cm de diamètre, l'eau circule avec un débit-volume de 1800 L/min. Calculer la vitesse moyenne d'écoulement. Le diamètre devient égal à 15,0 cm; calculer la nouvelle vitesse moyenne.

3- De l'air circule dans une conduite de 15,0 cm de diamètre à la vitesse moyenne v_1 = 4,50 $m.s^{-1}$. Calculer le débit-volume q_v.

4- La pression manométrique est de 2,10 bar, la pression atmosphérique normale vaut 1013 mbar et la température est de 38 °C. Exprimer le débit-masse q_m en fonction des pressions et des températures puis faire le calcul numérique.

Données :

masse molaire de l'air 29,0 $g.mol^{-1}$; constante du gaz parfait : R = 8,32 $J.mol^{-1}.K^{-1}$.

Relation donnant la masse volumique ρ d'un gaz (en fonction de la pression P et de la température T (voir annexe à la fin du document)

Ecoulement permanent à travers un ajutage :

On utilise en travaux pratiques une cuve verticale (voir schéma ci-dessous) remplie d'eau ; on supposera que le niveau A dans la cuve est constant. Le fluide s'écoule par un trou de diamètre D situé dans le fond de la cuve. L'eau sera considérée comme un fluide parfait incompressible.

1- Enoncer le théorème de Bernoulli pour un fluide parfait en précisant la signification des différents termes.

2- Appliquer la relation de Bernoulli entre les points A et B et déterminer l'expression littérale de la vitesse v_B au niveau du trou.

3- Donner la relation permettant de calculer le débit-volume théorique q_v au point B.

4- Calculer numériquement la vitesse v_B et le débit-volume q_v au point B.

5- En fait le débit réel vaut 0,92 L/s. Comparez à la valeur trouvée dans la question 4. Justification?

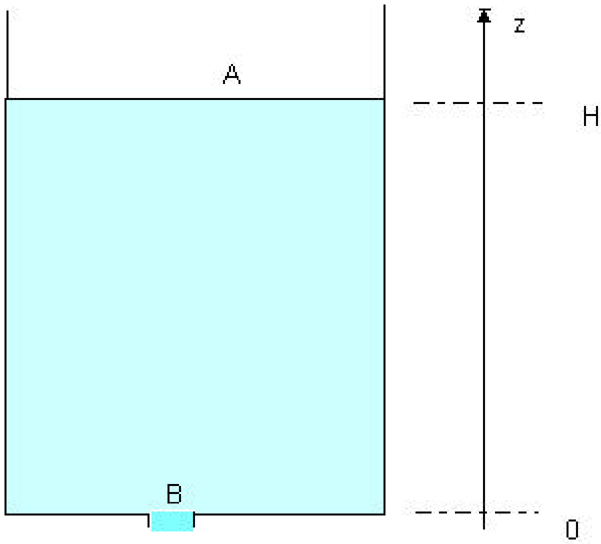
6- On explique en partie cette différence par une contraction de la veine liquide à la sortie de l'orifice. En déduire le diamètre D' de la veine liquide à la sortie de la cuve.

Valeurs numériques :

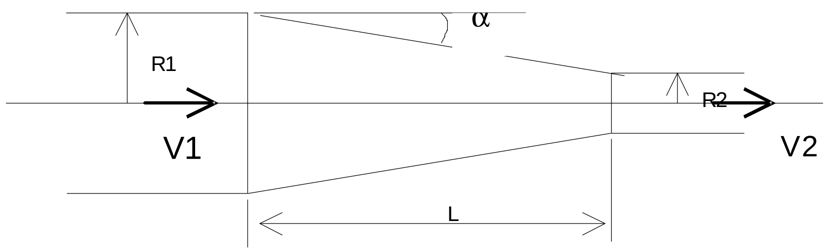
H = 0,82 m   D = 2,0 cm.

ρ(eau) = 1000 $kg.m^{-3}$.

g = 9,81 $m.s^{-2}$.



Convergent :



On veut accélérer la circulation d'un fluide parfait dans une conduite de telle sorte que sa vitesse soit multipliée par 4. Pour cela, la conduite comporte un convergent caractérisé par l'angle α (schéma ci-dessus).

1- Calculer le rapport des rayons R_1/R_2 . Application numérique.

2- Calculer (R_1 - R_2) en fonction de L et α. En déduire la longueur L. (R_1 = 50 mm, α = 15°)

Relation de Bernoulli :

De l'eau (supposé fluide parfait) s'écoule du point A au point B avec un débit-volume de 350 L/s.

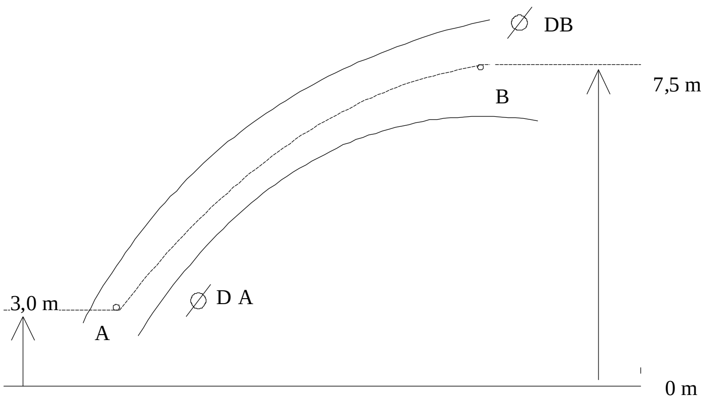
La pression en A vaut 0,70 bar.

Calculer la pression en B (détailler les calculs littéraux, puis les applications numériques).

Données :

Diamètres aux points A et B :

D_A = 35,0 cm, D_B = 64,0 cm.

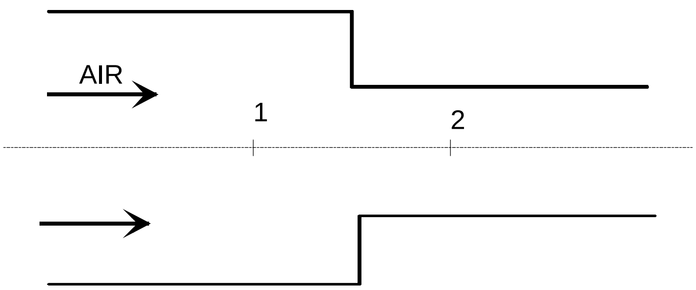


Convergent dans l'air :

On considère le convergent horizontal ci-contre dans lequel circule de l'air (supposé fluide parfait incompressible) .

Le débit-volume q_v vaut 220 $L.s^{-1}$.

$S_1 = 6{,}5\times10^{-2}\ m^2$ et $S_2 = 2{,}0\times10^{-2}\ m^2$.



1- Calculer le débit-masse q_m . On supposera la masse volumique de l'air constante ρ (air) = 3,20 $kg.m^{-3}$.

2- Calculer les vitesses moyennes v_1 et v_2.

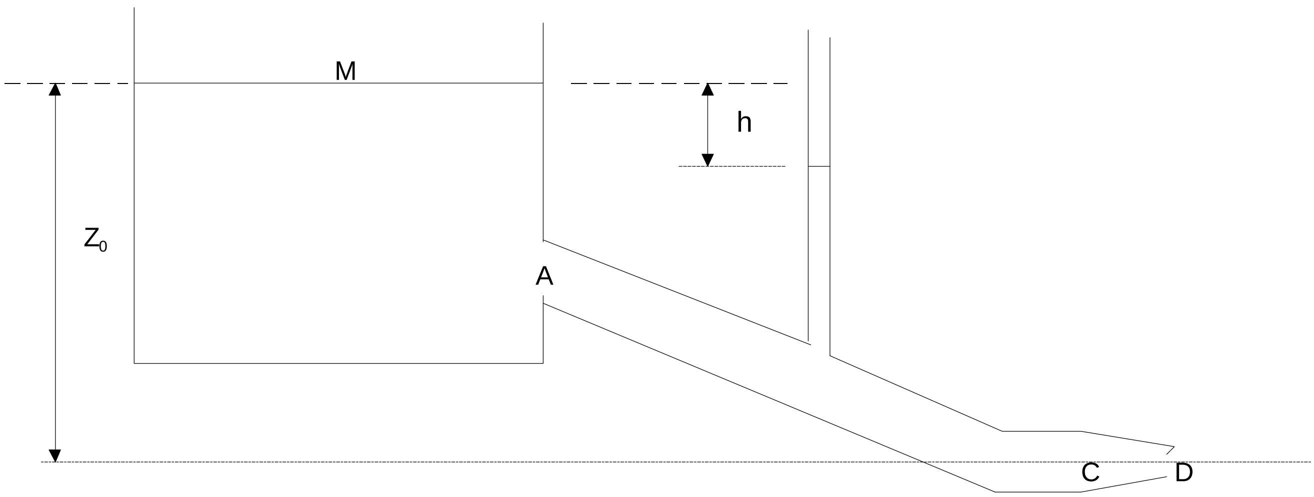
3- Calculer la différence de pression $\Delta p = p_1 - p_2$ aux bornes du convergent.

Donner sa valeur en Pascal et mbar.

4- Calculer la dénivellation h d'un manomètre différentiel à eau branché entre les points 1 et 2.

5- Expliquer pourquoi on peut considérer la masse volumique de l'air comme constante.

Réservoir



Dans la figure ci-dessus, R est un réservoir de très large section, rempli d'eau considérée comme un fluide parfait, et dont le niveau Z_0 est maintenu constant. AC est une conduite de diamètre D. En C se trouve une courte tuyère horizontale de diamètre d ; C et D sont sur la même horizontale.

1- Etablir l'expression de la vitesse v_D de l'eau à la sortie de la tuyère (justifier les approximations effectuées). Exprimer le débit-volume q_v et la vitesse v dans la conduite AC.

2- A.N : Z_0 = 4,0 m ; D = 5,0 cm ; d = 2,0 cm.

3- Un tube est placé en B en liaison avec la conduite. Déterminer la pression au point B.

En déduire h, différence des niveaux des surfaces libres du réservoir et du tube.

Montrer que l'on pouvait prévoir aisément ce résultat ?

Bac STL 1996

On considère une canalisation AB où s'écoule de l'eau, considérée comme un fluide parfait.

Les diamètres respectifs des canalisations en A et B sont respectivement D_A = 11,0 cm et D_B = 9,0 cm.

Le point B se trouve placé 10 m plus haut que le point A par rapport au niveau du sol.

La pression en A est p_A = 5,0 bars.

1- La vitesse moyenne de l'eau en A est v_A = 4,0 m.s^{-1}. En utilisant l'équation de continuité déterminer la vitesse v_B du fluide en B.

2- La vitesse en A est inchangée et la vitesse en B est de 6,0 m.s^{-1}. Evaluer la pression statique p_B en B.

g = 9,81 m.s^{-2} $\qquad$ ρ (eau) = 1000 kg.m^{-3}.

Etude d'un siphon :

Soit un siphon de diamètre d (d=10,0 mm) alimenté par un récipient rempli d'eau, de grande dimension par rapport à d et ouvert à l'atmosphère (p_{atm}= 1,0 bar).

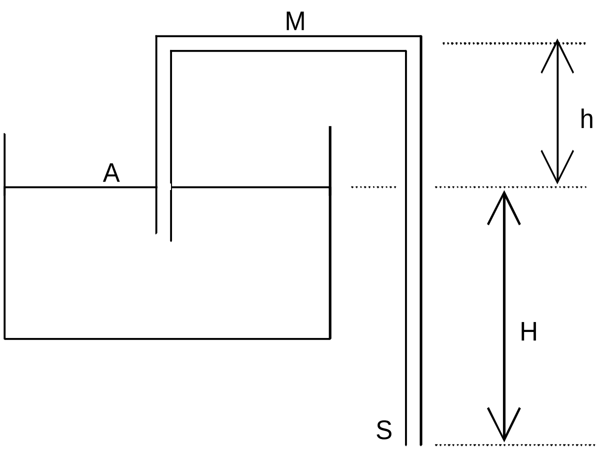
1- Calculer la vitesse moyenne du fluide en S puis le débit-volume q_v du siphon.

A.N : H = 3,0 m.

2- Donner l'expression de la pression p_M au point M en fonction de h.

3- Représenter l'allure de la pression p_M en fonction de h.

h peut-il prendre n'importe quelle valeur ?



Turbine (extrait Bac 1997)

Une turbine est alimentée par une retenue d'eau selon le schéma ci-dessous.

On donne :

Diamètre *d* de la conduite d'alimentation et de déversoir : *d* = 700 mm

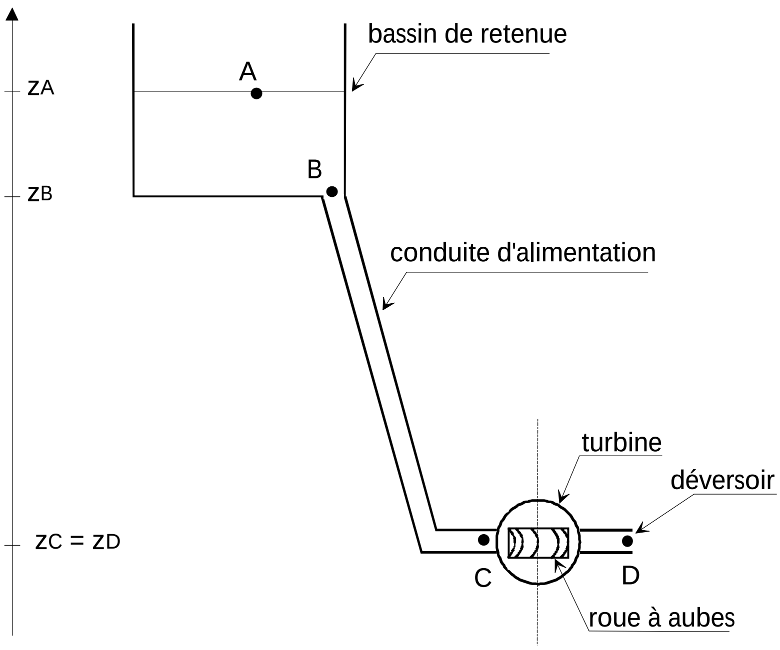
Pression aux points A, B, C et D : $p_A = p_D$ =1,01 bar p_C = 1, 1 bar

Cote des points A, B et C : z_A = 363 m z_B = 361 m z_C = 353 m

Viscosité dynamique de l'eau : $1{,}00\times10^{-3}$ Pa s

L'eau sera considérée comme un fluide parfait incompressible et on supposera que le niveau de l'eau dans la retenue est constant.

1. Calculer, dans ces hypothèses, la vitesse d'écoulement v_C du fluide au point C (c'est-à-dire à l'entrée de la turbine).
2. En déduire le débit-volume q_v de l'eau dans la conduite.
3. Justifier que les vitesses d'écoulement en B et en C sont égales.
4. Calculer la pression p_B à l'entrée de la conduite.
5. Calculer la puissance fournie par l'eau à la turbine.
6. Calculer le nombre de Reynolds de l'écoulement de l'eau. En déduire la nature du régime de cet écoulement.



Tube de Venturi vertical

On étudie l'écoulement de l'eau à travers un tube de Venturi vertical. (Schéma ci-contre). On supposera le liquide comme parfait et le régime d'écoulement permanent.

1- Ecrire l'équation de continuité et exprimer la relation littérale entre les vitesses moyennes v_A , v_B et les diamètres D_A et D_B .

A.N : Débit-volume : q_v = 200 L / s. Calculer v_A et v_B .

2- Appliquer la relation de Bernoulli entre A et B en précisant clairement la signification des différents termes.

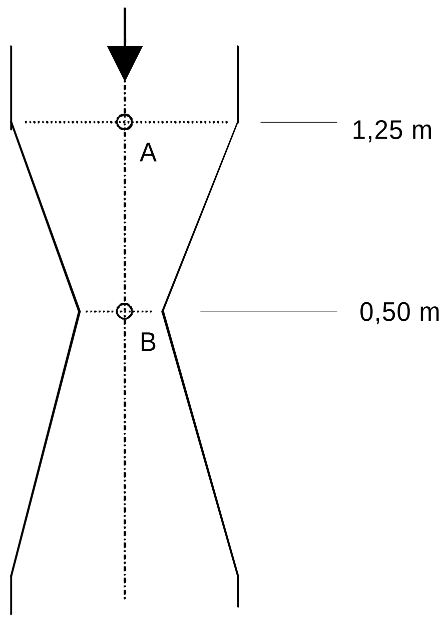
A.N : Calculer $\Delta p = p_A - p_B$

Données numériques :

D_A = 30,0 cm, D_B = 15,0 cm.

ρ_{eau} = 1000 kg.m^{-3} .

Les côtes Z_A et Z_B des points A et B sont indiquées sur le schéma.

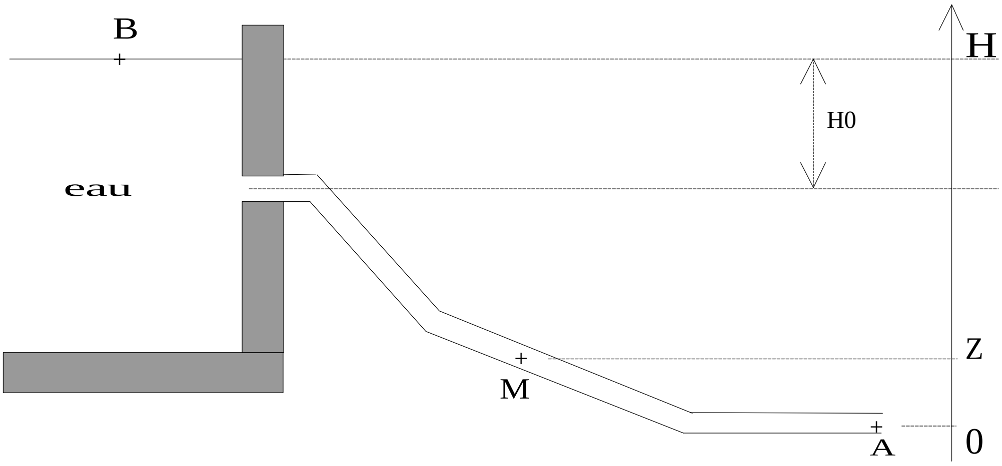


Conduite forcée . Phénomène de cavitation :

Une conduite amène de l'eau à la température moyenne de 10 °C , de masse volumique constante ρ, d'un barrage vers la turbine d'une centrale hydroélectrique. La conduite cylindrique, de diamètre constant D = 30,0 cm et de longueur L = 200 m, se termine horizontalement, son axe étant situé à H = 120 m au-dessous de la surface libre de l'eau dans le barrage de très grande capacité. Le départ de la conduite est à H_0 = 20 m au dessous du niveau pratiquement constant. On néglige tout frottement et on prendra les valeurs numériques suivantes :

$g = 9.81\ m.s^{-2}$, $\rho = 1000\ kg.m^{-3}$, $p_{atm} = 1{,}01$ bar. pression de vapeur saturante de l'eau à 10 °C : 12,4 mbar

Schéma :



1- Calculer littéralement la vitesse v_A du fluide à la sortie A (extrémité à l'air libre) ; faire l'application numérique.

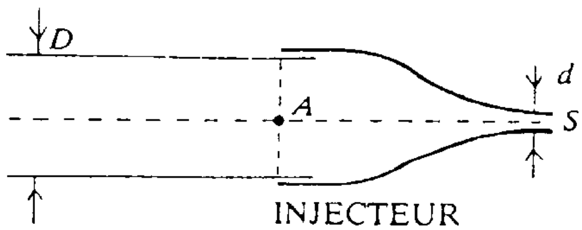
Calculer le débit-volume q_v à la sortie.

2 – Déterminer littéralement la pression p_M au point M de côte z.

Donner l'allure de $p_M = f(z)$; pour quelles valeurs de z la pression de l'eau devient-elle inférieure à la pression saturante de l'eau ?Quel serait le phénomène observé pour cette valeur limite de z ?

3 - Pour éviter ce problème dans la conduite, on dispose à l'extrémité A de la conduite une tubulure de section décroissante (injecteur), de diamètre de sortie d et d'axe horizontal.

Expliquer qualitativement comment est modifiée la pression à l'intérieur de la conduite.



Nombre de Reynolds : Exercices : (voir formules en annexe à la fin du document)

⇒ Pour quelles *limites* du nombre de Reynolds Re a-t-on un *écoulement laminaire* ?

Quelles sont les limites pour un écoulement intermédiaire (ou critique) et pour un écoulement turbulent ?

⇒ Calculer la vitesse critique pour de l'eau circulant dans un tuyau de diamètre 3,0 cm ($\nu = 1{,}0\times10^{-6}\ m^2.s^{-1}$).

Montrer littéralement que, dans les *hypothèses d'un écoulement laminaire*, la perte de charge Δ###p est proportionnelle au débit-volume q_v. Exprimer également Δh.

⇒ On considère un écoulement d'air dans une conduite rectiligne cylindrique, de diamètre D, sous une pression p , et à la température θ (°C).

1- Calculer la valeur du nombre de Reynolds Re correspondant aux conditions expérimentales ci-dessous.

En déduire le type d'écoulement.

2- Quels sont les autres écoulements que vous connaissez. Comment les distingue t-on ? Précisez.

Schématiser les lignes de courant dans les différents cas. Qu'appelle-t-on profil de vitesse ? Donner un exemple.

Données expérimentales

Débit-volume de l'air $q_v = 1{,}50\ m^3$ / heure. Diamètre D = 90,0 mm. température θ (°C) = 25°C.
Viscosité dynamique de l'air à 25°C : $\eta = 1{,}80\times10^{-5}$ Pa s. Pression p = 900 mm de mercure.
Masse volumique du mercure : $13{,}6\times10^3\ kg/m^3$.

Ecoulement laminaire :

1- On pompe de l'huile de densité 0,86 par un tuyau horizontal de diamètre D = 5,0 cm, de longueur L = 300 m, avec un débit-volume de 1,20 L/s ; la différence de pression entre les extrémités du tuyau vaut $20{,}6\times10^{4}$ Pa. Calculer la viscosité cinématique et dynamique de l'huile (on fera l'hypothèse d'un écoulement laminaire que l'on justifiera à posteriori).

2- Pour du fuel lourd, on donne les valeurs numériques suivantes :

$\rho = 912$ kg.m^{-3} ; $\nu = 2{,}05\times10^{-4}$ m^{2}.s^{-1} ; $q_v = 20{,}0$ L.s^{-1} ; L = 1,0 km.

2.1- Pour une canalisation de longueur L, la perte de charge vaut 2,0 bar. Exprimer Δp en Pascal et en mCF.

2.2- En faisant l'hypothèse d'un écoulement laminaire, en déduire le *diamètre* D de la canalisation.

2.3- Calculer ensuite le nombre de Reynolds Re et *vérifier* que l'hypothèse de l'écoulement laminaire est bien vérifiée.

Ecoulement laminaire ; pertes de charge : Applications :

Un écoulement d'huile de graissage de viscosité dynamique moyenne $\eta = 0{,}275$ Pa.s et de masse volumique $\rho = 890$ kg.m^{-3} se fait dans un tube horizontal de diamètre nominal DN = 150 mm et de longueur L = 120 m. On installe sur ce tube, deux capteurs de pression statique constitués par deux manomètres de Bourdon (PI Pressure Indicator sur le schéma) ; les valeurs des pressions relatives données par ces appareils sont : $p_2 = 1{,}12$ bar et $p_3 = 0{,}465$ bar.

p_{atm} = pression atmosphérique = $1{,}00\times10^{5}$ Pa, g = 9,81 m.s^{-2}.

1- Calculer la différence de pression $\Delta p_{23} = p_2 - p_3$ en utilisant la loi de Poiseuille (voir annexes) et en déduire la valeur du débit-volume q_v puis la vitesse moyenne v du fluide dans le tube.

2- En déduire la valeur du nombre de Reynolds Re. Montrer qu'il s'agit bien d'écoulement laminaire.

Quels sont les autres types d'écoulement que vous connaissez ? Comment les distingue t-on ?

3- Calculer la valeur du coefficient de perte de charge linéaire λ.

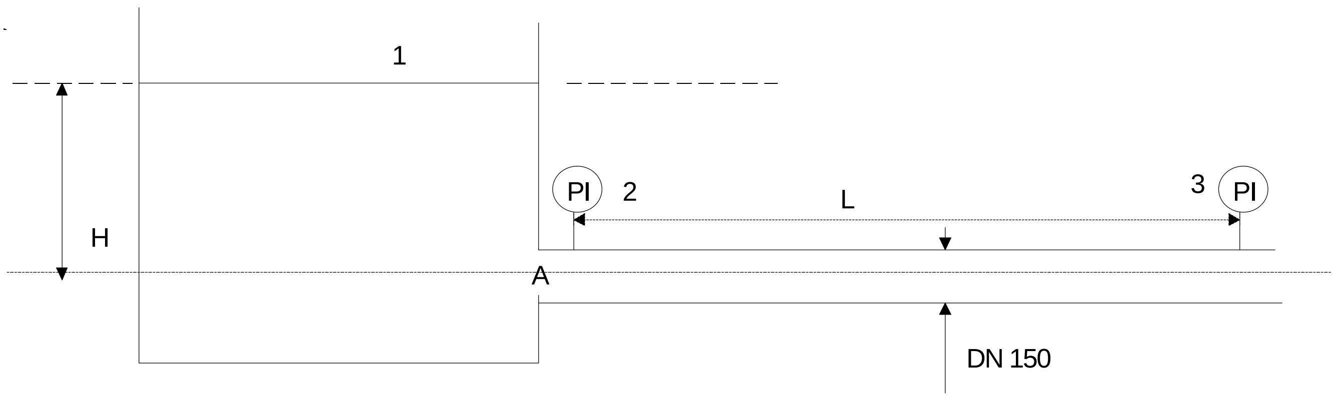
Donner la valeur numérique du produit λ.Re**.** Conclusions.

4- Exprimer la relation de Bernoulli ; quelles sont les conditions d'application ?

Appliquer la relation de Bernoulli entre les points 1 et 2 en négligeant tout frottement entre ces deux points (notamment au point A).

En déduire l'expression littérale donnant H en fonction de p_{atm} , p_2, v, ρ et g. Calculer numériquement H.

Schéma de l'installation :



Baromètre

On mesure la pression atmosphérique avec un baromètre à mercure. La hauteur de mercure est voisine de 76 cm .

1- Commet-on une erreur par excès ou par défaut si des phénomènes capillaires interviennent ?

2- On désire que cette erreur ne dépasse pas 1 %. Quel diamètre minimal doit avoir le tube ?

Données :

angle de raccordement mercure-verre : $\theta = 130$ °

tension superficielle du mercure : $\gamma = 480 \times 10^{-3}$ N/m

masse volumique du mercure $13{,}6 \times 10^{3}$ kg/m^{3}.

Bulle

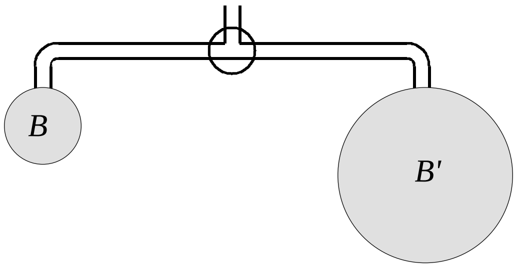
La surpression entre la pression intérieure et la pression extérieure d'une bulle d'eau de savon de rayon R est donnée par la relation : $p_i - p_e = 4\ \gamma / R$ dans laquelle γ est la tension superficielle de l'eau savonneuse. On gonfle une bulle B avec une eau de savon ($\gamma = 30{,}0 \times 10^{-3}$ N·m^{-1}), en exerçant une surpression de 5 Pa.

1- Quel est le rayon de la bulle ?

2- Comment varie le rayon de la bulle lorsque la surpression augmente ?

3- Lorsqu'on souffle de l'air dans une bulle de savon pour la faire grossir, comment varie la pression à l'intérieur de la bulle ?

4- À l'aide d'un dispositif muni d'un robinet à trois voies, on gonfle deux bulles de savon B et B' de rayon, respectivement R et R', avec R<R' (voir schéma). On met en communication les deux bulles. Que se passe-t-il ?



Installation hydroélectrique

Une installation hydroélectrique comporte une retenue d'eau amont , trois conduites forcées parallèles de diamètre 300 cm chacune, un ensemble de turbines, un bassin aval selon le schéma donné en annexe. Lors du turbinage, le débit-volume total est $q_v = 217$ m^3/s. On supposera nulles les vitesses de l'eau en 1 et en 3.

1- Calculer la vitesse d'écoulement de l'eau dans les conduites forcées.

2- Calculer le nombre de Reynolds pour l'écoulement de l'eau dans une conduite forcée ; l'écoulement est-il laminaire ou turbulent ?

3- Calculer les pertes de charge dans une conduite forcée entre les points 1 et 2.

4- Calculer la puissance échangée entre l'eau et le milieu extérieur dans l'ensemble des turbines entre les points 2 et 3 en supposant qu'il n'y a pas de pertes de charge lors de cet échange.

5- La puissance utile fournie par les turbines est de 1200 MW. Calculer le rendement des turbines.

On donne

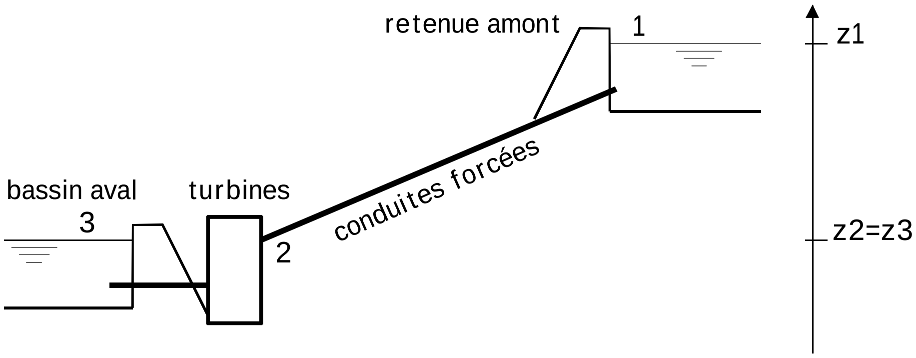
viscosité cinématique de l'eau : $1{,}00 \times 10^{-6}$ m²/s

p1 = p3 = 1100 mbar

p2 = 73 bar

z1 = 1695 m

z2 = z3 = 740 m



Pipe Line

Un pipe-line de 50,0 cm de diamètre intérieur est destiné à transporter du pétrole brut de viscosité dynamique 0,27 Pa.s et de masse volumique 900 kg m^{-3} avec un débit-masse de 350 tonnes par heure. Des stations de pompage sont régulièrement réparties le long de la conduite ; chaque pompe augmente la pression de 4,5 bar et est actionnée par un moteur de rendement 75 %.

1- Calculer le nombre de Reynolds et en déduire le type de cet écoulement.

2- Calculer la distance maximale entre deux stations de pompage permettant l'écoulement du pétrole.

3- Calculer la puissance de chaque moteur.

Tube de Pitot

Pour connaître la vitesse d'écoulement de l'air à 20 °C (considéré comme un fluide parfait) dans une cheminée de section 2,00 m², on utilise un tube de Pitot et on mesure une différence de pression de 0,250 mbar entre les deux prises de pression.
1- Déterminer la vitesse de l'air dans la cheminée
2- Déterminer le débit-volume et le débit-masse de l'air dans la cheminée.

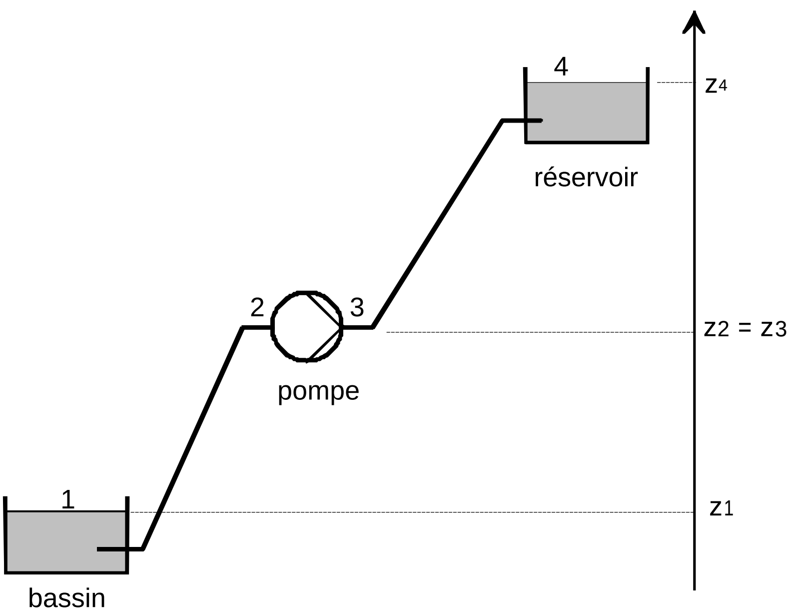
Données :
Masse volumique de l'air à 20 °C : 1,205 kg/m^3

Pompe

Une pompe, de puissance utile 36 kW, remonte de l'eau entre un bassin et un réservoir à travers une conduite de diamètre 135 mm selon le schéma ci-contre. La vitesse d'écoulement de l'eau dans la conduite est de 6,0 m/s.
On donne :

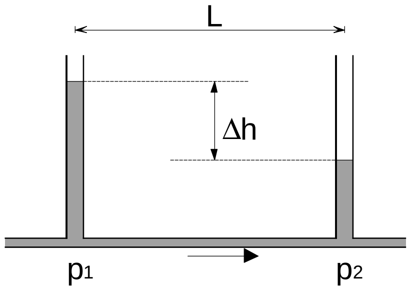
$z_1 = 0$; $z_2 = z_3 = 20$ m ; $z_4 = 35$ m (l'axe Oz est vertical ascendant)
$p_1 = p_4 = 1013$ mbar
viscosité dynamique de l'eau : $1{,}00 \times 10^{-3}$ Pa s.

On négligera les pertes de charge singulières dans les coudes et dans la pompe.
1- Calculer le débit-volume de l'eau dans la conduite.
2- Calculer le nombre de Reynolds pour l'écoulement de l'eau dans la conduite ; l'écoulement est-il laminaire ou turbulent ?
3- Calculer la différence de pression entre la sortie et l'entrée de la pompe.
4- Calculer les pertes de charge systématiques dans la conduite entre les points 1 et 4.
5- Calculer le coefficient de perte de charge linéaire dans la conduite de longueur égale à 65 m.
6- Le rendement de la pompe étant de 84 %, calculer la puissance absorbée par la pompe.



Viscosité

Pour mesurer la viscosité d'une huile, on utilise le dispositif schématisé ci-contre. On fait couler l'huile dans un tube horizontal de 7,0 mm de diamètre et comportant deux tubes manométriques verticaux situés à L = 600 mm de l'un de l'autre. On règle le débit-volume de cet écoulement à $4{,}0\times10^{-6}$ m^3/s. La dénivellation de l'huile entre ces deux tubes est alors Δh = 267 mm. La masse volumique de l'huile est de 910 kg/m^3. On suppose que l'écoulement est de type laminaire.



1- Calculer la viscosité dynamique de l'huile.
2- Calculer le nombre de Reynolds de cet écoulement ; justifier l'hypothèse initiale.

Annexes : Rappels formules :

On rappelle les relations de la dynamique des fluides incompressibles :

- Relation de Bernoulli : $\boxed{\frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right) + \rho g\left(z_2 - z_1\right) + \left(p_2 - p_1\right) = \frac{P}{q_v} - \Delta p}$

Pertes de charge

On rappelle qu'entre deux points d'une canalisation de diamètre D (rayon R), dans laquelle circule un fluide, avec une vitesse moyenne v (q_v est le débit-volume), séparés par une longueur L, apparaît une différence de pression (perte de charge) Δ###p. exprimée sous la forme suivante :

$$\boxed{\Delta p = \lambda \frac{\rho v^2}{2}\frac{L}{D}}$$

ρ = masse volumique du fluide ; η = viscosité dynamique

ν = viscosité cinématique ;. $\nu = \frac{\eta}{\rho}$

λ est un coefficient sans dimension appelé **coefficient de perte de charge linéaire.**

Nombre de Reynolds Re. $\boxed{Re = \frac{v.D}{\nu}}$

Dans le cas de ***l'écoulement laminaire***, on peut montrer que la différence de pression s'exprime sous la forme :

Loi de Poiseuille $\boxed{\Delta p = \frac{8\eta L}{\pi R^4} q_V}$

Relation donnant la masse volumique ρ d'un gaz :

(en fonction de la pression p et de la température T :

$$\rho = \rho_0 \frac{p}{p_0}\frac{T_0}{T}$$

Masse volumique de l'air dans les conditions normales de température et de pression

CNTP (θ_0 = 0°C, P_0 = 760 mm Hg) ρ_0 = 1,293 $kg.m^{-3}$.

Cavitation

On appelle cavitation l'ébullition locale dans un fluide où la pression diminue jusqu'à devenir égale à la pression de vapeur saturante.

L'implosion des bulles formées peut entraîner l'érosion de pièces métalliques des machines, l'émission de bruit, de vibrations, ou des pertes de rendement.