FORMULAIRE MATHÉMATIQUES

Ecriture scientifique d'un nombre : $a.10^n$ avec $1 \leqslant a < 10$ et $n \in \mathbb{Z}$

Ecriture ingénieur d'un nombre : $b.10^p$ avec $1 \leqslant b < 1000$ et p multiple de 3

Puissances d'un nombre : $a^n = a \times a \times \ldots \times a \times a \times a$ (n facteurs)

$a^1 = a$ $a^0 = 1$ $a^n \times a^m = a^{m+n}$ $(a^n)^m = a^{n \times m}$

$$a^{-1} = \frac{1}{a} \qquad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \qquad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Puissances de 10 : $10^n = 10 \times 10 \times \ldots \times 10 = 1\,000 \ldots 00$ (n zéros)

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = 0,\underbrace{000...01}_{n \text{ rangs}}$$

Racine carrée d'un nombre positif :

$$\sqrt{A} \times \sqrt{B} = \sqrt{A \times B} \quad ; \quad \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A}{B}} \quad ; \quad \frac{1}{\sqrt{A}} = \frac{\sqrt{A}}{A} \quad ; \quad \frac{x}{1+\sqrt{A}} = \frac{x\left(1-\sqrt{A}\right)}{1-A}$$

Calcul algébrique :

$$a - (b + c) = a - b - c$$

$$a - (b - c) = a - b + c$$

Développement

$$a\,(b + c) = ab + ac$$

$$a\,(b - c) = ab - ac$$

$$(a + b)\,(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

$$(a + b)\,(c - d) = ac - ad + bc - bd$$

$$(a - b)\,(c - d) = ac - ad - bc + bd$$

$$(a - b)\,(c + d) = ac + ad - bc - bd$$

Factorisation

Produits remarquables :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)\,(a - b) = a^2 - b^2$$

Équations du premier degré : $ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$

$(ax + b)(cx + d) = 0$ si $ax + b = 0$ ou $cx + d = 0$

Équations du second degré : $ax^2 + bx + c = 0$

Discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
2 solutions distinctes : x_1 et x_2 $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ **Factorisation de $ax^2 + bx + c$** $a(x - x_1)(x - x_2)$ **Signes de $ax^2 + bx + c$:** Du signe de "a" à l'extérieur des racines Du signe de "– a" à l'intérieur des racines	1 racine "double" : x_0 $x_0 = \frac{-b}{2a}$ **Factorisation de $ax^2 + bx + c$** $a(x - x_0)^2$ **Signes de $ax^2 + bx + c$:** Toujours du signe de"a"	Pas de solution dans $\mathbb{R}$ **Factorisation de $ax^2 + bx + c$** **Signes de $ax^2 + bx + c$:** Toujours du signe de"a"

Vecteurs – Produit scalaire :

Vecteur $\overrightarrow{AB}$: A est l'origine, B l'extrémité

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ $\left| \begin{array}{l} X = x_B - x_A \\ Y = y_B - y_A \end{array} \right.$

Norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$: $\left\| \overrightarrow{AB} \right\| = \sqrt{X^2 - Y^2}$

Expressions du produit scalaire de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$:

$\vec{u} . \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u} ; \vec{v})$ ou $\vec{u} . \vec{v} = \left[\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2 \right]$ ou $\vec{u} . \vec{v} = xx' + yy'$

Les suites :

Suites arithmétiques : $u_n = u_{n-1} + r$ [u_1 : 1er terme ou base ; r : raison]

Calcul du terme de rang "n" : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes : $S_k = k \frac{u_1 + u_k}{2}$

Suites géométriques : $u_n = u_{n-1} \times q$ [u_1 : 1er terme ou base ; q : raison]

Calcul du terme de rang "n" : $u_n = u_1 . q^{n-1}$

Somme des k premiers termes : $S_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$

Trigonométrie :

π radians ≙ 180 degrés

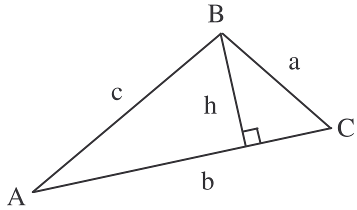
$\cos x = \cos -x = \sin(\pi/2 - x)$ $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$\sin -x = -\sin x$; $\sin(\pi - x) = \sin x$; $\sin(\pi + x) = -\sin x$

Dans le triangle rectangle :

$\cos x = \dfrac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$; $\sin x = \dfrac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$; $\tan x = \dfrac{\text{côté oppposé}}{\text{côté adjacent}} = \dfrac{\sin x}{\cos x}$

Dans le triangle quelconque :



$\mathcal{Aire}_{\text{ABC}} = \dfrac{1}{2} bc \sin \hat{A} = \dfrac{1}{2} ab \sin \hat{C} = \dfrac{1}{2} ac \sin \hat{B}$

$\dfrac{a}{\sin \hat{A}} = \dfrac{b}{\sin \hat{B}} = \dfrac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$; avec R rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$; $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B}$; $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$

Équations trigonométriques :

$\cos x = a \Rightarrow x = \alpha + 2k\pi$ ou $x = -\alpha + 2k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$

$\sin x = b \Rightarrow x = \alpha + 2k\pi$ ou $x = \pi - \alpha + 2k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$

$\tan x = c \Rightarrow x = \alpha + k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$

Formules trigonométriques :

$\cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$: $\cos(a - b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$

$\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a$: $\sin(a - b) = \sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a$

$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$

Les fonctions :

Fonction linéaire : $f(x) = ax$ .La représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère. Si $a > 0$: la droite est croissante ; si $a < 0$: la droite est décroissante.

Fonction affine : $f(x) = ax + b$. .La représentation graphique est une droite passant par le point $(0 ; b)$. Si $a > 0$: la droite est croissante ; si $a < 0$: la droite est décroissante.

Calcul du coefficient directeur "a"

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Parité d'une fonction :

Fonction paire : $f(x) = f(-x)$ [la courbe représentative admet l'axe des ordonnées comme axe de symétrie]

Fonction impaire : $f(-x) = -f(x)$ [la courbe représentative admet l'origine des axes comme centre de symétrie]

Dérivées :

Le nombre dérivé en un point donne le coefficient directeur de la tangente à la courbe en ce point.

Si la dérivée $f'(x) > 0$ sur un intervalle, alors la fonction $f(x)$ est croissante sur cet intervalle.
Si la dérivée $f'(x) < 0$ sur un intervalle, alors la fonction $f(x)$ est décroissante sur cet intervalle.
Si la dérivée $f'(x) = 0$ en un point et change de signe, alors la fonction $f(x)$ admet un extremum (un maximum ou un minimum).

Equation de la tangente en un point de coordonnées $[x_0, f(x_0)]$:

$$y = f'(x_0)\,(x - x_0) + f(x_0)$$

Les statistiques :

Moyenne : $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$ N : effectif total $\left(\sum_{i=1}^{p} n_i = N \right)$

Variance : $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i \left(x_i - \bar{x}\right)^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type : $\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2}$

Logarithmes et exponentielles :

Fonction logarithme décimal : "log"

Domaine de définition : $\mathbb{R}^{+*}$ ou $]0\,;+\infty[$
log 1 = 0 ; log 10 = 1

$$\log(x \times y) = \log x + \log y$$

Pour tout $x > 0$ et $y > 0$: $\log \dfrac{x}{y} = \log x - \log y$

$$\log\left(x^n\right) = n.\log x \quad \text{(n rationnel)}$$

Pour tout x rationnel : $\log(10^x) = x$

Fonction logarithme népérien : "ln"

Domaine de définition : $\mathbb{R}^{+*}$ ou $]0\,;+\infty[$

log 1 = 0 ; log (e) = 1

$$\ln(x \times y) = \ln x + \ln y$$

Pour tout $x > 0$ et $y > 0$: $\ln \dfrac{x}{y} = \ln x - \ln y$

$$\ln\left(x^n\right) = n.\ln x \quad \text{(n rationnel)}$$

Pour résoudre $a^x = b$, on écrit $\ln(a^x) = \ln b \Rightarrow x \ln a = \ln b \Rightarrow x = \dfrac{\ln b}{\ln a}$

Fonction exponentielle de base "e" :

$e^0 = 1$; $e^1 = 2{,}718\,218$; Pour tout x réel, $e^x > 0$ et $\ln(e^x) = x$

Pour tous réels a et b : $e^a \times e^b = e^{a+b}$ $\quad \dfrac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$ $\quad \dfrac{1}{e^a} = e^{-a}$ $\quad \left(e^a\right)^b = e^{a \times b}$

Les fonctions dérivées :

Fonction : f	Définie et dérivable sur :	Fonction dérivée : f'	Fonction : f	Définie et dérivable sur :	Fonction dérivée : f'
$x \mapsto a$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto 0$	$x \mapsto \cos x$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto -\sin x$
$x \mapsto x$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto 1$	$x \mapsto \sin x$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto \cos x$
$x \mapsto ax + b$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto a$	$x \mapsto \cos(ax+b)$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto -a\sin(ax+b)$
$x \mapsto ax^2$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto 2ax$	$x \mapsto \sin(ax+b)$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto a\cos(ax+b)$
$x \mapsto ax^n$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto n\,.a\,x^{n-1}$	$x \mapsto \sqrt{x}$	$\mathbb{R}^+$	$x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{x}}$
$x \mapsto \frac{1}{x}$	$\mathbb{R}^*$	$x \mapsto -\frac{1}{x^2}$	$x \mapsto \sqrt{ax+b}$	$ax + b \geqslant 0$	$x \mapsto \frac{a}{2\sqrt{ax+b}}$
$x \mapsto \ln x$	$\mathbb{R}^{+*}$	$x \mapsto \frac{1}{x}$	$u(x)\,.\,v(x)$		$u'(x)\,.\,v(x) + u(x)\,.\,v'(x)$
$x \mapsto e^x$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto e^x$	$\frac{u(x)}{v(x)}$		$\frac{u'(x).v(x) - u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$
$x \mapsto e^{ax+b}$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto a\,e^{ax+b}$	$\frac{1}{u(x)}$		$\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$