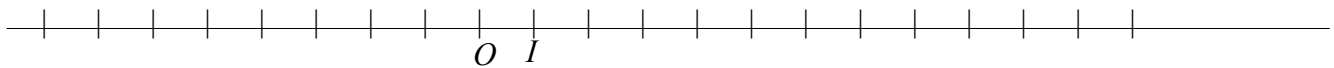


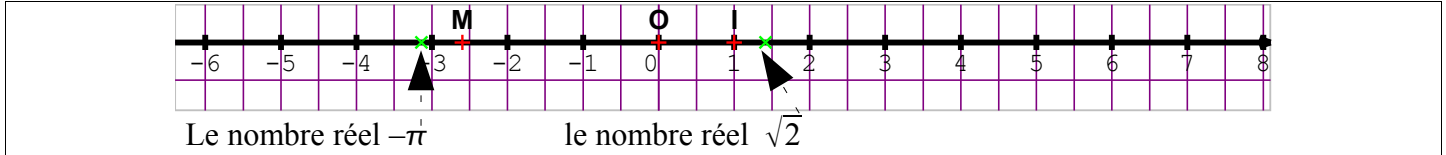
I- Distance entre deux réels

I-1- Droite graduée

Une droite graduée est une droite orientée sur laquelle on a choisi un point origine O et un point I marquant l'unité. $(O; I)$ est un **repère** de la droite. L'ensemble des réels est représenté par une droite graduée.



À tout point M de la droite graduée est associé un et un seul réel x appelé abscisse de M .

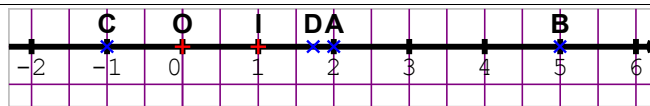


I-2- Définition

Soit deux points A et B sur une droite graduée d'abscisses respectives a et b . (a et b sont des nombres réels)
La distance entre les nombres a et b , notée $d(a; b)$, est égale à la distance AB . (L'unité est donnée par la longueur OI du repère). $d(a;b) = AB$.

Pour calculer la distance de A à B , on retranche l'abscisse la plus petite à l'abscisse la plus grande.

Exemple:



A d'abscisse 2, B d'abscisse 5, C d'abscisse -1 et D d'abscisse $\sqrt{3}$

$AB = BA = 3, AD = DA = 2 - \sqrt{3}, OC = CO = 1, OD = DO = \sqrt{3}, \dots$

A d'abscisse 2 et B d'abscisse 5, on a: $d(2; 5) = 3$ et aussi $d(5; 2) = 3$

D d'abscisse $\sqrt{3}$ et B d'abscisse 5, on a: $d(\sqrt{3}; 5) = 5 - \sqrt{3}$ et aussi $d(5; \sqrt{3}) = 5 - \sqrt{3}$

II- Valeur absolue d'un réel

II-1- Définition

Soient a et b deux réels, la valeur absolue du réel $b - a$, notée $|b - a|$ est la distance de a à b : $d(a; b)$

Exemple: $|-1 - 0| = |-1| = 1$ et $|0 - (-1)| = |1| = 1$

$|5 - 2| = 3$ et $|2 - 5| = 3$ $|-1 - 2| = 3$ et $|2 - (-1)| = 3$ $|5 - \sqrt{3}| = 5 - \sqrt{3}$ et $|\sqrt{3} - 5| = 5 - \sqrt{3}$

II-2- Conséquences

Soient x et y deux réels, et r un réel positif ou nul.

$$\begin{aligned} |x| &= 0 \text{ ssi } x = 0. \\ |-x| &= |x|. \\ |x| &= |y| \text{ ssi } x = y \text{ ou } x = -y. \\ \sqrt{x^2} &= |x|. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |xy| &= |x| \times |y|. \\ \left| \frac{x}{y} \right| &= \frac{|x|}{|y|} \quad (y \neq 0). \\ |x + y| &\leq |x| + |y| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |x| &= r \text{ ssi } x = r \text{ ou } x = -r. \\ |x| &\leq r \text{ ssi } -r \leq x \leq r. \\ |x| &> r \text{ ssi } x > r \text{ ou } x < -r. \end{aligned}$$

$$|a - b| = \begin{cases} a - b & \text{si } a \geq b \\ b - a & \text{si } a < b \end{cases}$$

III- Encadrements- Intervalles

On a les équivalences suivantes:

Intervalle	Encadrement	Inéquation	Représentation graphique
$x \in [a; b]$	$a \leq x \leq b$	$ x - c \leq r$ $c = \frac{a+b}{2}$ $r = \frac{b-a}{2}$	

IV- Applications (voir exercices)

1- Résolutions d'équations de la forme $|x - a| = r$

2- Résolutions d'équations de la forme $|x - a| = |x - b|$

3- Résolutions d'inéquations de la forme $|x - a| \leq r$ ou $|x - a| \geq r$