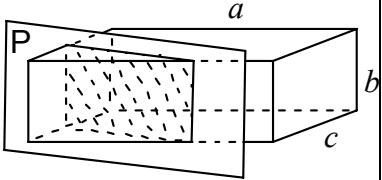
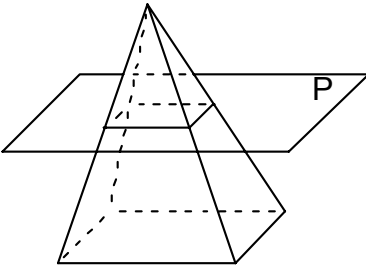
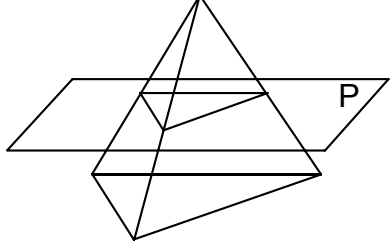
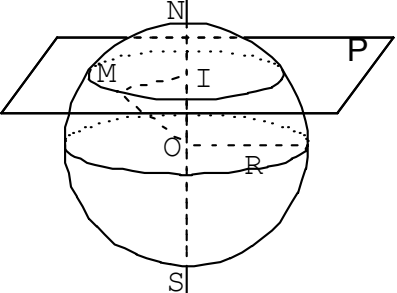
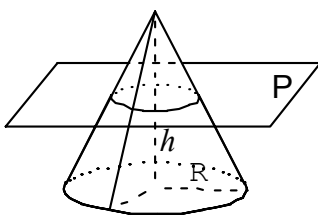
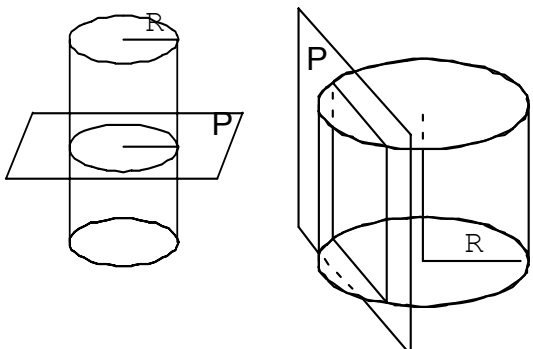


# GEOMETRIE DANS L'ESPACE

## I. Solides usuels : volume et section par un plan

Pavé droit	Pyramide	Tétraèdre
		
$V = abc$ Si le plan P est parallèle à une arête, la section est un rectangle.	$V = \frac{1}{3} \text{Base} \times \text{hauteur}$ Si P est parallèle à la base, la section est un polygone dont les côtés sont parallèles à ceux de la base.	$V = \frac{1}{3} \text{Base} \times \text{hauteur}$ Si P est parallèle à l'une des faces, la section est un triangle dont les côtés sont parallèles à ceux de la base.

Sphère	cône de révolution	cylindre de révolution
		
$V = \frac{4}{3} \pi R^3$ La section est un cercle. Si [NS] est le diamètre de la sphère, orthogonal au plan P en I, alors I est le centre du cercle.	$V = \frac{1}{3} (\pi R^2) \times h$ Si P est parallèle à la base, la section est un cercle dont le centre se trouve sur l'axe du cône.	$V = \pi R^2 \times \text{hauteur}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• Si P est parallèle aux bases, la section est un cercle de même rayon que le cylindre et dont le centre se trouve sur l'axe du cylindre.</li> <li>• Si P est parallèle à l'axe, la section est un rectangle.</li> </ul>

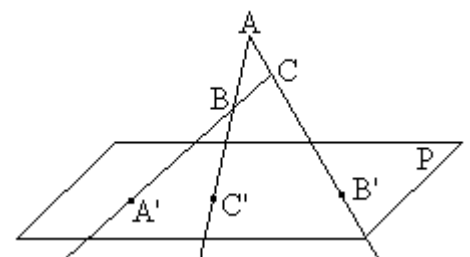
## II. Quelques règles

règle 1 : Par trois points non alignés A, B et C passe un seul plan. Ce plan est noté (ABC).

règle 2 : Si A et B sont deux points d'un plan P, tous les points de la droite (AB) appartiennent au plan P.

règle 3 : Si deux plans sont sécants, leur intersection est une droite.

exercice : P est un plan ; A, B, C sont trois points non alignés qui n'appartiennent pas à P. On suppose que (AB) coupe P en C', que (AC) coupe P en B' et que (BC) coupe P en A'.  
 Montrer que les points A', B' et C' sont alignés.

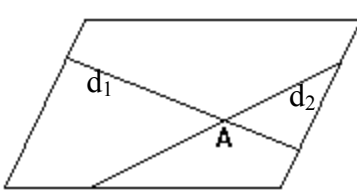


### III. Position relative de droites et de plans

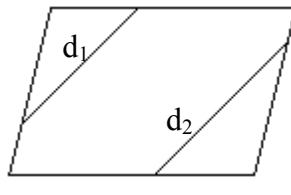
#### a) deux droites distinctes

Deux droites de l'espace sont :

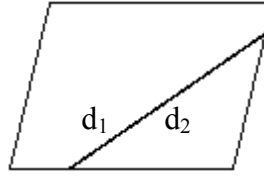
- soit coplanaires



$d_1$  et  $d_2$  sont sécantes en A.

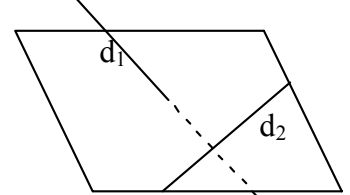


$d_1$  et  $d_2$  sont strictement parallèles



$d_1$  et  $d_2$  sont confondues

- soit non coplanaires

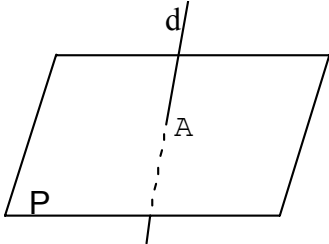


Aucun plan ne contient  $d_1$  et  $d_2$ .

#### b) Une droite et un plan

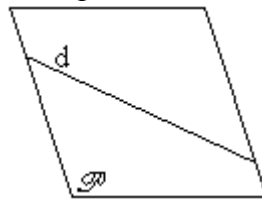
Une droite et un plan de l'espace sont :

- soit sécants

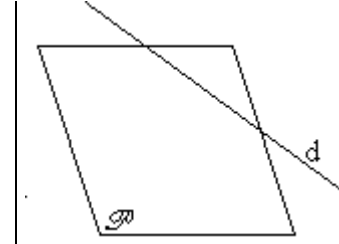


$d$  et  $P$  ont un point d'intersection A

- soit parallèles



$d$  est contenue dans  $P$ .

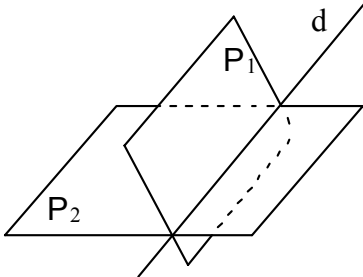


$d$  et  $P$  sont strictement parallèles.

#### c) Position relative de deux plans

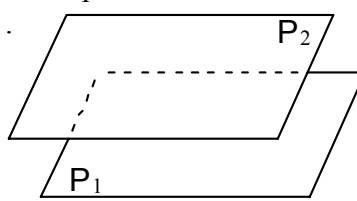
Deux plans sont :

- soit sécants

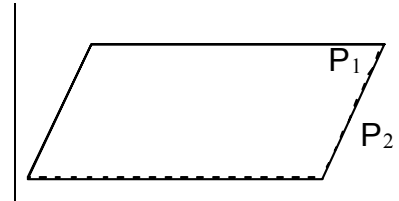


$P_1$  et  $P_2$  ont une droite d'intersection  $d$

- soit parallèles



$P_1$  et  $P_2$  sont strictement parallèles



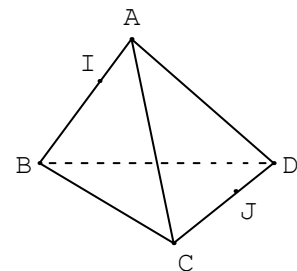
$P_1$  et  $P_2$  sont confondus

exercice : déterminer l'intersection de plans sécants :

ABCD est un tétraèdre.

I et J sont des points des arêtes [AB] et [CD].

Déterminer l'intersection des plans (ABJ) et (CDI).



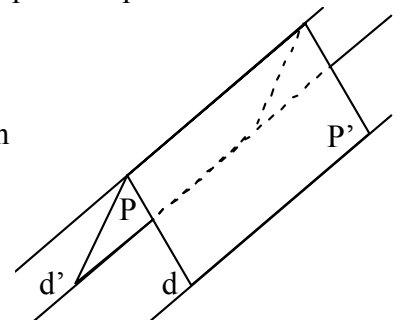
### IV. Le parallélisme dans l'espace

#### a) parallélisme entre droites

Propriété 1 : Si  $P$  et  $P'$  sont deux plans parallèles, alors tout plan  $Q$  qui coupe  $P$  coupe aussi  $P'$  et les droites d'intersection sont parallèles.

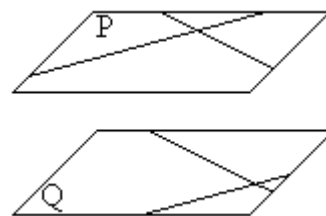
Propriété 2 : (théorème du toit)

$d$  et  $d'$  sont deux droites parallèles.  $P$  est un plan contenant  $d$ , et  $P'$  un plan contenant  $d'$ . Si, en outre, les plans  $P$  et  $P'$  sont sécants, alors la droite  $\Delta$  d'intersection de ces plans est parallèle à  $d$  et à  $d'$ .



### b) parallélisme entre plans

Propriété 3 : Si deux droites sécantes d'un plan P sont respectivement parallèles à deux droites sécantes d'un plan Q, alors les plans P et Q sont parallèles.



### c) parallélisme entre droite et plan

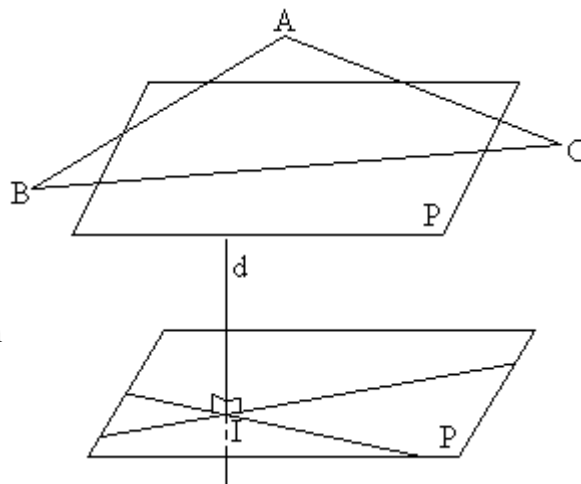
Propriété 4 : Si une droite  $d$  est parallèle à une droite  $d'$ , alors la droite  $d$  est parallèle à tout plan contenant la droite  $d'$ .

Propriété 5 : Si deux plans sont parallèles, alors toute droite de l'un des plans est parallèle à l'autre plan.

Exercice : Soit un plan P et un triangle ABC tels que (AB) et (AC) soient parallèles à P.

a) Montrer que (BC) est parallèle à P.

b) Montrer que la médiane du triangle ABC, issue de A, est parallèle à P.



## V. Orthogonalité

### a) orthogonalité d'une droite et d'un plan

Définition : I est le point d'intersection d'une droite  $d$  et d'un plan P.

On dit que la droite  $d$  et le plan P sont **orthogonaux** si  $d$  est perpendiculaire à deux droites de P passant par I.

Propriété 1 : • Deux plans orthogonaux à une même droite sont parallèles.

• Si deux plans sont parallèles, toute droite orthogonale à l'un est orthogonale à l'autre.

Propriété 2 : • Si deux droites sont parallèles, tout plan orthogonal à l'une est orthogonal à l'autre.

• Deux droites orthogonales à un même plan sont parallèles.

### b) orthogonalité de deux droites du plan

Définition : Dire que deux droites  $d$  et  $\Delta$  (non nécessairement coplanaires) sont **orthogonales** signifie que les parallèles à  $d$  et  $\Delta$  menées par un point I quelconque sont perpendiculaires.

Propriété 3 : Si une droite  $d$  et un plan P sont orthogonaux, alors  $d$  est orthogonale à toute droite  $\Delta$  contenue dans P.

Propriété 4 : Pour qu'une droite  $d$  et un plan P soient orthogonaux, il suffit que  $d$  soit orthogonale à deux droites sécantes de P.

### c) plan médiateur

Définition : Soient A et B deux points. Le plan médiateur de [AB] est le plan perpendiculaire à (AB) et passant par le milieu de [AB].

Propriété : Le plan médiateur d'un segment [AB] est l'ensemble des points de l'espace équidistants de A et de B.