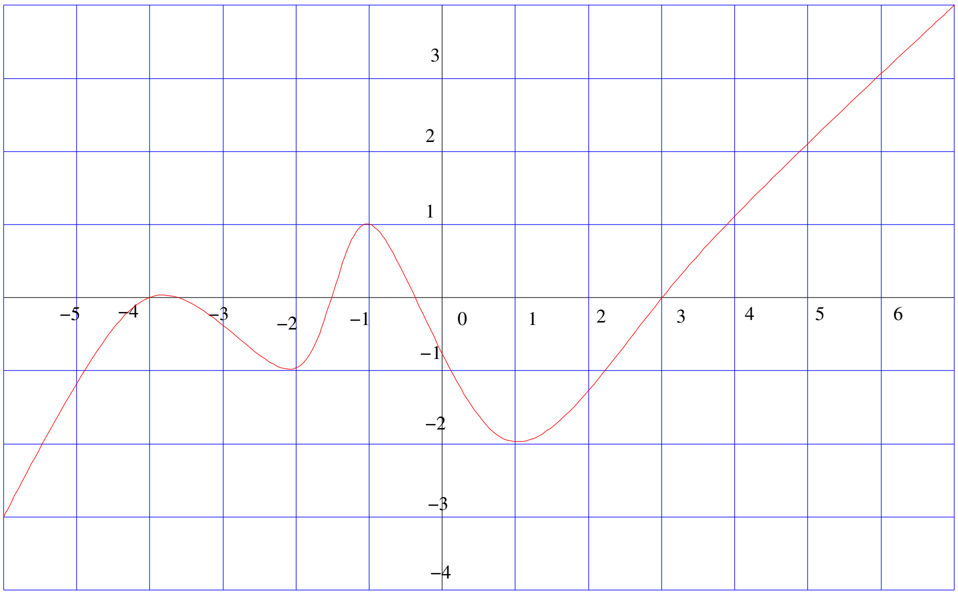
1 Soit f la fonction à variable réelle définie par : $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$x \mapsto 2x^2$-3

a) Calculer les images de -3 et de $\sqrt{2}-1$.

b) Déterminer les antécédants de 5 ; 3 ; 0 et -4.

c) Calculer les images des entiers compris entre -3 et 3 puis tracer la représentation graphique de f.

2 Voici la représentation graphique d'une fonction f, répondre aux questions suivantes :



a) Quel est l'ensemble de définition de f ?

b) Quelles sont les images de 4, 0, 7 et -2 ?

c) Donner une valeur approchée de f(-3), f(-1) et f(2).

d) Quels sont les antécédants de 0, 1, -3 et -4 ?

e) Sur quels intervalles f est-t-elle croissante ? décroissante ?

f) Dresser le tableau de variation de f.

g) Quels sont les extrémum de f ? Pour quelles valeurs sont-ils atteints ?

h) Résoudre graphiquement les équations : f(x)=-2, f(x)=-1 et f(x)=-4.

i) Résoudre graphiquement les inéquations : $f(x) \geq 0$ et $f(x) \leq$-2

j) Dresser le tableau de signes de f.

3 a) Tracer une représentation graphique des fonctions f et g dont voici le tableau de variation :

x	-4		-1		0		3		5
f(x)	0	↘	-2	↗	1	↘	0	↗	2

x	-2		0		1		3
g(x)	0	↗	2	↗	3	↘	-2

b) Résoudre graphiquement l'équation : f(x)=0.

c)Comparer g(-1) et g(1)

f(2) et 0

f(-3) et f(4).

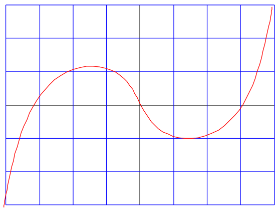
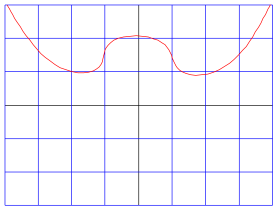
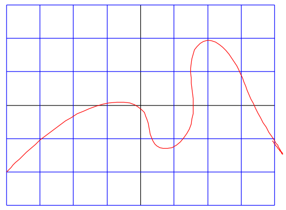
4 On sait que la fonction f est croissante sur[-3 ;0] et décroissante sur [0 ;5]. On a f(-3)=2 ; f(0)=4 et f(5)=-2.

a) Dresser le tableau de variationde f.

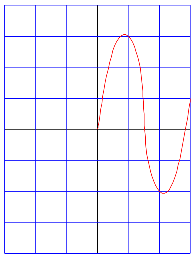
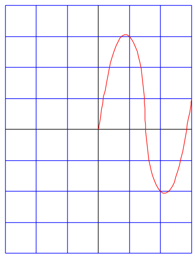
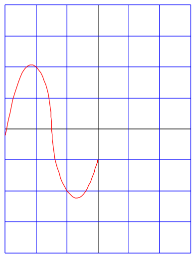
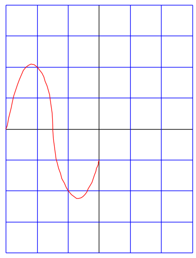
b) Compléter par $<$ ou $>$.

- -2 $< x <$-0, 5 alors f(-2) ..... f(x) ..... f(-0,5)
- $1 < x < 2$ alors f(1) ..... f(x) .....f(2)
- $x > 3$ alors f(x) ..... f(3)
- $x \in [-3\,;0]$ alors 2 .....f(x) .....4.

5 a) Les fonctions dont voici une représentation graphique sont-elles paires ou impaires ?

b) Compléter les représentations graphiques suivantes pour qu'elles définissent des fonctions paires ou impaires.

f est paire f est impaire f est paire f est impaire

6 Les fonctions suivantes sont−elles paires ? impaires ?

$$f(x) = 2x^2\text{-}3 \qquad g(x) = \frac{1}{x^2+1} \qquad h(x) = 3x^3\text{-}2x$$

$$i(x) = \frac{x}{x^2+4} \qquad j(x) = 2x^2\text{-}3x+1 \qquad k(x) = \frac{5}{8}$$

7 Soit ABED un trapèze rectangle en A de bases [AB] et [DE] tel que DE=6 cm, AD=3 cm et AB=2 cm.
Soit C un point du segment [DE]. On note CE=x.
Soit f(x) l'aire de ABCD, g(x) l'aire de BCE, h(x) le périmètre de ABCD et k(x) le périmètre de BCE.
1°) Dans quel intervalle le nombre x peut-il varier ?
2°) Tracer deux figures, l'une pour x=1, l'autre pour x=4.
3°) Calculer les images de 1 et de 4 pour chacune des fonctions f, g, h et k.
4°) Exprimer en fonction de x, f(x), g(x), h(x) et k(x).
5°) Pour quelle valeur de x les aires de ABCD et de BCE sont-elles égales ?
6°) Pour quelle valeur de x les périmètres de ABCD et de BCE sont-ils égaux ?

8 Pour les fonctions carrées suivantes, donner le tableau de variation puis tracer la courbe.
$f(x) = x^2 + 2x - 3$ $\qquad g(x) = -x^2 + 4x + 1$ $\qquad \mathrm{h}(x) = 2x^2 - 6x + 4$ $\qquad i(x) = -2x^2 + x$

9 1°) Tracer les représentations graphiques des fonctions usuelles :
$f(x) = x^2$ $\qquad g(x) = \frac{1}{x}$ $\qquad h(x) = \sqrt{x}$ $\qquad i(x) = x^3$
2°) En utilisant une translation, tracer sur l'un des graphiques précédents, la représentation graphique de :
$l(x) = (x-3)^2$ $\qquad m(x) = \sqrt{x-2}$ $\qquad n(x) = \frac{1}{x+1}$ $\qquad p(x) = (x+2)^3$
$q(x) = \sqrt{x} + 2$ $\qquad r(x) = x^2 - 5$ $\qquad s(x) = 1 + \frac{1}{x}$ $\qquad t(x) = (x-3)^2 + 2$
3°) Sur un autre graphique, tracer successivement les représentations graphiques de :
$A(x) = \frac{1}{x}$ $\qquad B(x) = \frac{1}{x+1}$ $\qquad C(x) = \frac{1}{x+1} - 3$ $\qquad D(x) = \left|\left(\frac{1}{x+1} - 3\right)\right|$
$E(x) = -\left(\frac{1}{x+1} - 3\right)$ $\qquad F(x) = \frac{1}{|x|+1} - 3$ $\qquad G(x) = \frac{1}{-x+1} - 3$

10 Soit la fonction $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$.
1°) Quel est l'ensemble de définition de f ?
2°) Déterminer a et b tels que $f(x) = a + \frac{b}{x+1}$.
3°) Tracer la représentation graphique de $g(x) = \frac{-2}{x}$.
4°) En déduire la représentation graphique de f.
5°) Tracer le tableau de variations de f.

TCT — Généralités sur les fonctions — Exercices

Exercice 1 :

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

1) $f : x \longmapsto 2x+5$ 2) $g : x \longmapsto \dfrac{1}{x}$

3) $h : x \longmapsto \dfrac{1}{2x+5}$ 4) $j : x \longmapsto \dfrac{x+1}{2x+5}$

5) $k : x \longmapsto \sqrt{x}$ 6) $\ell : x \longmapsto \sqrt{x^2}$

7) $m : x \longmapsto \sqrt{2x+5}$ 8) $n : x \longmapsto \sqrt{-x+2}$

Exercice 2 :

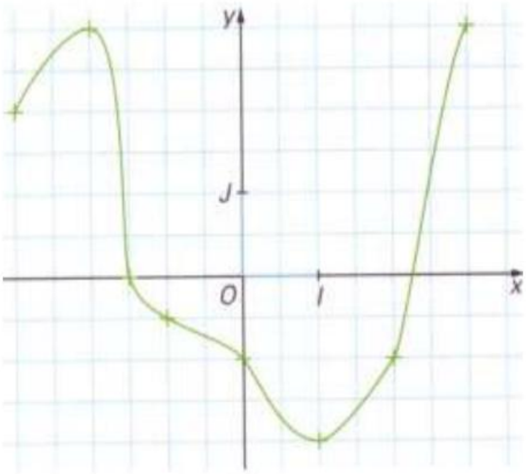
Dans un repère (O, I, J)
on considère la courbe représentative d'une fonction :

1. Quel est l'ensemble de définition de f?

2. Recopier et compléter le tableau :

x	-1	0	1	2	3
image de x					

3. Déterminer les antécédents éventuel(s) de : -2 ; -1 ; 0 ; 3.



Exercice 3 :

On considère la fonction f définie sur $[-2\,;2]$ par $f(x)=\dfrac{x^2}{x+5}$.

Les points suivants sont-ils sur la courbe représentative de f:

$O(0\,;0)$; $A\left(1\,;\dfrac{1}{6}\right)$; $B\left(3\,;\dfrac{1}{5}\right)$; $C\left(-2\,;\dfrac{4}{7}\right)$; $D\left(-3\,;\dfrac{9}{2}\right)$?

Exercice 4 :

On considère la fonction f définie sur **R** par $f(x)=-x^2+3x-2$.

1) Calculer les images de 2, 0 et -3 par la fonction f.

2) Calculer $f\left(-\dfrac{1}{3}\right)$, $f\left(\sqrt{2}\right)$ et $f\ \sqrt{2}+1$.

3) Déterminer le (ou les) nombre(s) dont l'image par f est -2 (On dit le ou les antécédents de -2 par f).

Exercice 5 :

On considère la fonction g définie par $g(x)=\dfrac{5x-3}{x-6}$.

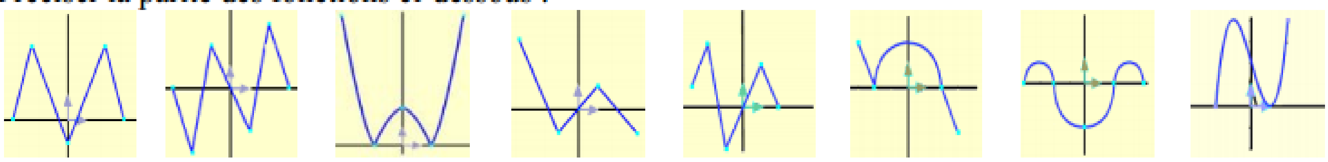
1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction g.

2) Calculer les images de -2 et $\dfrac{1}{3}$.

3) Déterminer le(s) antécédent(s) de 3 et 5 par la fonction g.

Exercice 6 :

Préciser la parité des fonctions ci-dessous :



Exercice 7 :

Dans chacun des cas suivants, étudier la parité de la fonction f définie sur I.

1) $f(x)=-3x^2+5$ $\quad I=[-10;10]$

2) $f(x)=x^3-2x+3$ $\quad I=\mathbb{R}$

3) $f(x)=2x+5x^3$ $\quad I=[-5;10]$

4) $f(x)=3x-\dfrac{3}{x}$ $\quad I=[-5;-1]\cup[1;5]$

Exercice 8 :

On considère une fonction f définie sur [-7;7] dont le tableau de variations sur [0 ;7] est représenté ci-dessous :

x	0	2	4	7
$f(x)$	-6 ↘	-9 ↗	-3 ↘	-10

Sachant que f est impaire, donner le tableau de variations complet de f.

Exercice 9 :

On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x)=x+\dfrac{1}{x}$.

Montrer que 2 est un minorant de f sur $\mathbb{R}_+^*$. Est ce le minimum sur $\mathbb{R}_+^*$? 2 est il un minorant sur $\mathbb{R}^*$?

Exercice 10 :

Pour chacune des fonctions, déterminer les caractéristiques de leur extrémum et dresser le tableau de variation :

1) $f : x \longmapsto 2x^2 + 8x + 1$ 2) $g : x \longmapsto -x^2 + 2x + 1$

3) $h : x \longmapsto x^2 + 4x + 4$ 4) $j : x \longmapsto -3x^2 + 9x - 2$

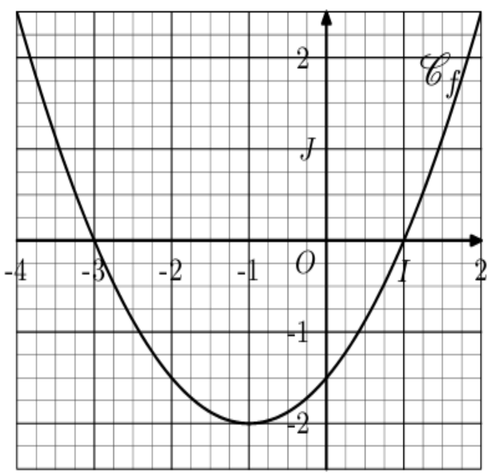
5) $k : x \longmapsto 3x^2 + 2x + 2$ 6) $\ell : x \longmapsto -x^2 + 2\sqrt{3}x - 1$

Exercice 11 :

On considère la fonction f, qui à tout nombre x, associe son image $f(x)$ définie par :

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}$$

Le graphique ci-dessous donne la représentation de la courbe $\mathscr{C}_f$ dans le repère $(O ; I ; J)$ orthonormal :



Graphiquement, répondre aux questions suivantes :

1) Donner les antécédents du nombre 0 par f.

2) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-4 ; 2]$

3) Donner les caractéristiques de l'extrémum de la fonction f.

4) a - Etablir l'egalité suivante : $f(x) = \frac{1}{2} \cdot (x+3)(x-1)$

b - Résoudre l'équation : $f(x) = 0$.

5) a - Etablir l'égalité suivante : $f(x) = \frac{1}{2}(x+1)^2 - 2$

b - Démontrer que la fonction f est décroissante sur l'intervalle $]-\infty ; -1]$.

Exercice 12:

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{2x-5}{x-3}$

1) Déterminer $\mathscr{D}_f$, puis étudier la parité de f.

2) Déterminer la forme canonique de f c'est à dire a et b tels que $f(x) = a + \dfrac{b}{x-3}$

3) On admet que $\mathscr{C}_f$ admet un centre de symétrie. Conjecturer les coordonnées de ce centre puis démontrer votre conjecture.

4) a) Étudier les variations de f sur $]3 ; +\infty[$

b) Construire le tableau de variations sur $\mathscr{D}_f$. Justifier le tableau.

Exercice 13 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f : x \longmapsto -2x^2 + 2x + 12$

1) Etablir les égalités suivantes :

$-2x^2 + 2x + 12 = (3 - x)(2x + 4) = -2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{2}$

2) a- Justifier que la fonction f s'annule pour deux nombres qu'on précisera.

b- Justifier que la fonction f admet $\frac{25}{2}$ pour maximum.

3) a- Etablir que la fonction f est croissante sur l'inter valle $\left] -\infty \,; \frac{1}{2}\right]$.

b- Dresser, sans justification, le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 14 :

On considère la fonction f dont l'image d'un nombre réel x est définie par la relation :

$$f(x) = 2x^2 + 4x - 1$$

1) Etablir l'égalité : $f(x) = 2(x+1)^2 - 3$

2) Montrer que :

a - f est strictement décroissante sur $\left] -\infty; -1\right]$.

b - f est strictement croissante sur $\left[-1; +\infty\right[$.

3) Dresser le tableau de variation de la fonction f.

4) En déduire que -3 est le minimum de la fonction f.

Exercice 15 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$, par $f(x) = -x^2 + 4x - 1$.

1. Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = -(x-2)^2 + 3$.
2. Montrer que f admet un maximum qu'on précisera.
3. Etudier les variations de f sur $]-\infty\,;2]$ et sur $[2\,;+\infty[$.
   Dresser le tableau de variation de f.
4. Résoudre $f(x) \leq -1$.
5. Représenter graphiquement la fonction ci-dessous.
   On fera un tableau de valeurs entre -1 et 5.
6. Représenter sur le même graphique la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 4x + 2$.
7. Résoudre par le calcul $f(x) < g(x)$.