

Exercice 1 Etudier la parité des entiers naturels suivants :

$$138 - 275 - 2n^2 + 6 - 4n + 3 - (n+1)(n+2) - n^2 + n + 1 \quad (n \in \mathbb{N})$$

Exercice 2 on pose $a = 2^3 \times 3^{15} \times 7^{67}$.

- 1) montrer que a est pair .
- 2) montrer que a est un multiple de 6 .
- 3) montrer que 28 divise a .

Exercice 3 soit $n \in \mathbb{N}$

- 1) montrer que $4 \times 3^{n+1} + 3^n$ est un multiple de 13 .
- 2) montrer que $5^{n+2} - 3 \times 5^n$ est un multiple de 11 .

Exercice 4 1) déterminer parmi ces nombres suivants ceux qui sont premiers :

$$. 431 - 667 - 907 - .$$

- 2) soit $n \in \mathbb{N}^*$. montrer que $n^2 + 3n + 2$ est non premier .

Exercice 5 1) soit $x \in \mathbb{N}$. calculer $(x+1)^2 - x^2$

- 2) en déduire que tout nombre impair est la somme de deux carrés d'entiers consécutifs .
- 3) Ecrire les nombres suivants comme somme de deux carrés d'entiers consécutifs : 97 - 123- 575 - $6n^2 + 7$.

Exercice 6 décomposer les nombres a et b en produit de facteurs premiers et déduire $a \wedge b$ et $a \vee b$

Dans les cas suivants :

- 1) $a = 168$ et $b = 315$
- 2) $a = 2808$ et $b = 1620$
- 3) $a = 5^{n+2} - 5^n$ et $b = 3^{n+3} - 7 \times 3^n$ ($n \in \mathbb{N}$)

Exercice 7 pour tout $n \in \mathbb{N}$ on pose $f(n) = 9^n + 5^n + 2$.

- 1) calculer $f(0)$ et $f(1)$
- 2) a) montrer que : $f(n+1) = 9 \times f(n) - 4 \times 5^n - 16$
b) en déduire que si 4 divise $f(n)$ alors 4 divise $f(n+1)$.

Exercice 8 1) décomposer les nombres $a = 2160$ et $b = 4860$ en produit de facteurs premiers.

- 2) en déduire $a \wedge b$ et $a \vee b$
- 3) simplifier $\sqrt{2160}$ et $\sqrt{4860}$
- 4) montrer que \sqrt{ab} est un entier naturel.

Exercice 9 1) Déterminer tous les entiers naturels n tels que $\frac{n+15}{n+3} \in \mathbb{N}$

- 2) Déterminer tous les entiers naturels $\frac{2n+11}{n+1} \in \mathbb{N}$

Exercice 10 1) montrer que si n^2 est pair alors n est aussi pair

- 2) en déduire que $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.