Feuille d'exercices N° 1 Arithmétique TCT

Exercice 1 **Etudier la parité des entiers naturels suivants :**

138 – 275 - $2n^2+6$ **-** $4n+3$ **-** $(n+1)(n+2)$ **-** n^2+n+1 **.** $(n\in\mathbb{N})$

Exercice 2 **on pose** $a=2^3\times3^{15}\times7^{67}$ **.**

1) montrer que a **est pair . 2) montrer que** a **est un multiple de** 6 **.**

3) montrer que 28 **divise** a **.**

Exercice 3 **soit** $n\in\mathbb{N}$

1) montrer que $4\times3^{n+1}+3^n$ **est un multiple de** 13 **.**

2) montrer que $5^{n+2}-3\times5^n$ **est un multiple de** 11 **.**

Exercice 4 **1) détérminer parmi ces nombres suivants ceux qui sont premiers :**

. 431 **-** 667 **-** 907 **- .**

2) soit $n\in\mathbb{N}^*$ **. montrer que** n^2+3n+2 **est non premier .**

Exercice 5 **1) soit** $x\in\mathbb{N}$ **. calculer** $(x+1)^2-x^2$

2) en déduire que tout nombre impair est la somme de deux carrés d'entiers consécutifs .

3) Ecrire les nombres suivants comme somme de deux carrés d'entiers consécutifs : 97 – 123- 575 - $6n^2+7$ **.**

Exercice 6 **decomposer les nombres** a **et** b **en produit de facteurs premiers et déduire** $a\wedge b$ **et** $a\vee b$ **Dans les cas suivants :**

1) $a=168$ **et** $b=315$

2) $a=2808$ **et** $b=1620$

3) $a=5^{n+2}-5^n$ **et** $b=3^{n+3}-7\times3^n$ $(n\in\mathbb{N})$

Exercice 7 **pour tout** $n\in\mathbb{N}$ **on pose** $f(n)=9^n+5^n+2$ **.**

1) calculer $f(0)$ **et** $f(1)$

2) a) montrer que : $f(n+1)=9\times f(n)-4\times5^n-16$

b) en déduire que si 4 divise $f(n)$ **alors 4 divise** $f(n+1)$ **.**

Exercice 8 **1) décomposer les nombres** $a=2160$ **et** $b=4860$ **en produit de facteurs premiers.**

2) en déduire $a\wedge b$ **et** $a\vee b$

3) simplifier $\sqrt{2160}$ **et** $\sqrt{4860}$

4) montrer que $\sqrt{ab}$ **est un entier naturel.**

Exercice 9 **1) Déterminer tous les entiers naturels** n **tels que** $\dfrac{n+15}{n+3}\in\mathbb{N}$

2) Déterminer tous les entiers naturels $\dfrac{2n+11}{n+1}\in\mathbb{N}$

Exercice 10 **1) montrer que si** n^2 **est pair alors** n **est aussi pair**

2) en déduire que $\sqrt{2}\notin\mathbb{Q}$**.**